

SCI

SCI

**XIX SEMINARIO NACIONAL DE HIDRÁULICA E HIDROLOGÍA Y EL I FORO NACIONAL
SOBRE LA SEGURIDAD DE EMBALSES
BOGOTÁ D.C. COLOMBIA, 24 y 25 DE MARZO 2011**

**DIMENSIONAMIENTO DE CUNETAS TRIANGULARES URBANAS, EMPLEANDO LA
ECUACIÓN DE DARCY & WEISBACH, EN CONJUNTO CON LA ECUACIÓN DE
COLEBROOK & WHITE.**

Ramiro Vicente Marbello Pérez
Profesor Asociado. Escuela de Geociencias y Medio Ambiente
Universidad Nacional de Colombia. Sede Medellín, Colombia
E-mail: rymarbel@unal.edu.co

Manuel Guillermo Cárdenas Quintero
Estudiante de Ingeniería Civil.
Universidad Nacional de Colombia. Sede Medellín, Colombia
E-mail: mcardenasq@unal.edu.co

RESUMEN: En nuestro medio, las normas de diseño geométrico de vías y de alcantarillado pluvial, tradicionalmente han exigido el empleo de la ecuación de Manning, como ecuación de resistencia, para el dimensionamiento de cunetas, a partir de un caudal pico de escorrentía de aguas lluvias, y de un coeficiente de rugosidad del material, obtenido de tablas, con cierto margen de incertidumbre.

En este artículo, se presenta una ecuación de diseño, deducida a partir de la ecuación de Darcy&Weisbach, combinada con la de Colebrook& White, para el dimensionamiento de cunetas triangulares urbanas. Esta ecuación servirá a ingenieros proyectistas de redes de alcantarillado pluvial, y su aplicación se ilustra con dos ejemplos de cálculo de cunetas triangulares urbanas típicas.

ABSTRACT: In our country, geometric design standards of roads and storm sewer have always required the use of Manning equation as a uniform flow equation, in order to design urban triangular gutter, based on a rainfall peak flow, and a roughness coefficient obtained from tables, with a degree of uncertainty.

In this paper, we present a design equation, deduced from the Darcy & Weisbach equation combined with the Colebrook & White, for the design of urban triangular gutters. This equation will serve the design engineer of storm sewer networks, and its application is illustrated with two examples of calculation of typical urban triangular gutters.

PALABRAS CLAVE: ecuación de Darcy&Weisbach, diseño de cunetas.

DIMENSIONAMIENTO DE CUNETAS TRIANGULARES, EMPLEANDO LA ECUACIÓN DE DARCY & WEISBACH, EN CONJUNTO CON LA ECUACIÓN DE COLEBROOK & WHITE.

1. INTRODUCCIÓN

Las cunetas triangulares, por su geometría, su fácil adaptabilidad a calzadas y bermas de carreteras y calles urbanas, y por generar mayor seguridad vial a peatones y vehículos, es la obra de arte complementaria de drenaje superficial de aguas lluvias más comúnmente utilizada en construcción de vías y alcantarillados pluviales.

La ecuación de Manning (1889), cuya validez es cuestionable, fue deducida empíricamente, empleando canales rugosos de la época, y solamente con flujos de agua, y presenta el agravante de la incertidumbre en la estimación del coeficiente de rugosidad del material del canal, por medio de tablas. Si, bien, la ecuación de Manning ha tenido su mérito, evidenciado por su extendido uso en diseño de canales, por más de 120 años, está basada en experimentos con agua y en canales artificiales y rugosos de la época, con el inconveniente de la incertidumbre en la determinación del coeficiente de rugosidad, n .

En Colombia, las Normas RAS 2000 exigen el empleo de esta ecuación en diseño de canales, en general, y, particularmente, en el dimensionamiento de cunetas, por su uso generalizado y su fácil aplicación.

Por otra parte, aún siguen vigentes nomogramas, basados en la ecuación de Manning, y diseños estandarizados de cunetas, estos últimos en función del ancho de la banca de la vía, elaborados por instituciones oficiales especializadas en vías (Ministerio de Obras Públicas, Secretarías Departamentales de Obras Públicas, entre otras), evitando así el cálculo hidráulico. Así mismo, no pocos libros de Diseño Geométrico de Vías, Alcantarillados y Drenaje Agrícola, aún presentan y enseñan a dimensionar cunetas, a partir de tales nomogramas y de diseño estándar práctico.

Contrariamente, la ecuación de Darcy&Weisbach fue racional y físicamente deducida, es válida para flujos de todo tipo de fluido y para diferentes materiales del canal, cuyo coeficiente de rugosidad puede determinarse más fácilmente y con mayor precisión, y, además, es universal, puesto que incluye la constante gravitacional local.

Se presenta aquí la ecuación particular de diseño de cunetas triangulares urbanas, de gran utilidad para ingenieros proyectistas de vías y sistemas de alcantarillado pluvial, y se ilustra su aplicación con dos ejemplos de cálculo de cunetas típicas.

2. DEDUCCIÓN DE LA ECUACION GENERAL PROPUESTA

Operando algebraicamente con las ecuaciones de Darcy&Weisbach (1) y Colebrook& White (2), se obtiene la ecuación conjunta (3):

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{k_s}{3.7D} + \frac{2.51}{R\sqrt{f}} \right) \quad (2)$$

$$V = -2\sqrt{2gDS_f} \log\left(\frac{k_s}{3.7D} + \frac{2.51\nu}{D\sqrt{2gDS_f}}\right) \quad (3)$$

En las ecuaciones (1) a (3), D es el diámetro del conducto, f es el factor de fricción, k_s es el coeficiente de rugosidad absoluta del material, R es el número de Reynolds ($R=VD/\nu$), V es la velocidad media del flujo, ν es la viscosidad cinemática del fluido, S_f es la pérdida de carga, h_f , por unidad de longitud, L.

Sustituyendo el diámetro D por un $D_{equiv} = 4R_H$ y S_f por S_o , válido para flujo uniforme, se obtiene la ecuación (4):

$$V = -\sqrt{32gR_H S_o} \log\left(\frac{k_s}{14.8R_H} + \frac{1.255\nu}{R_H\sqrt{32gR_H S_o}}\right) \quad (4)$$

Aplicando la ecuación del caudal, $Q = VA$, se obtiene:

$$Q = -A\sqrt{32gR_H S_o} \log\left(\frac{k_s}{14.8R_H} + \frac{1.255\nu}{R_H\sqrt{32gR_H S_o}}\right) \quad (5)$$

En las ecuaciones (4) y (5), R_H es el radio hidráulico ($R_H=A/P$), donde A y P son el área y el perímetro mojado, respectivamente.

La ecuación (5) es la ecuación de Darcy&Weisbach en conjunto con la ecuación de Colebrook&White (D&W-C&W), válida para flujo uniforme a superficie libre, y para cualquier forma geométrica de sección transversal del canal.

2.1 DEDUCCIÓN DE LA ECUACIÓN D&W-C&W, PARA CUNETAS TRIANGULARES URBANAS SIMPLES

Las cunetas de recolección y conducción de aguas lluvias en vías urbanas, generalmente, por funcionalidad y facilidad de construcción, son de forma geométrica triangular y conformadas, por un lado, por el bordillo vertical del andén, y, por el otro, por la berma o calzada de la vía.

La Figura 1 representa la sección transversal de una cuneta triangular urbana simple:

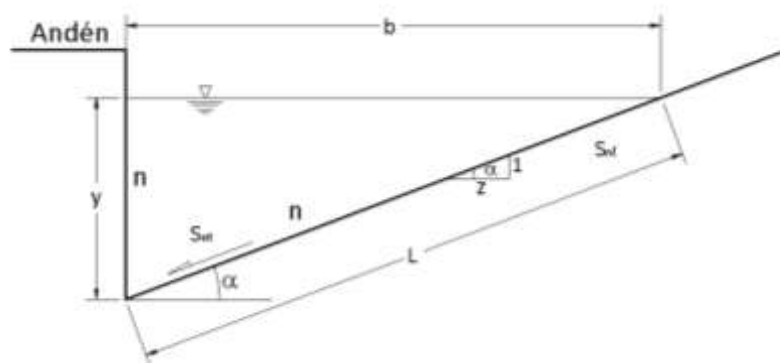


Figura 1. Esquema de una cuneta de sección triangular simple.

Para la sección de la Figura 1, las expresiones para el área y el perímetro mojado son, respectivamente:

$$A = \frac{y^2}{2S_{ot}} \quad (6)$$

$$P = y + \sqrt{b^2 + y^2} \quad (7)$$

Sustituyendo (6) y (7) en (5) y simplificando se llega al siguiente resultado:

$$Q = - \frac{2}{S_{ot}} \sqrt{\frac{gy^5 S_{ol}}{(S_{ot} + \sqrt{1+S_{ot}^2})}} \log \left[\frac{k_s (S_{ot} + \sqrt{1+S_{ot}^2})}{7.4y} + \frac{0.6275v}{\sqrt{gy^3 S_{ol}}} (S_{ot} + \sqrt{1+S_{ot}^2})^{3/2} \right] \quad (8)$$

Ecuación de D&W-C&W para dimensionamiento de cunetas triangulares urbanas simples.

2.2 DEDUCCIÓN DE LA ECUACIÓN D&W-C&W, PARA CUNETAS TRIANGULARES URBANAS COMPUESTAS

Previendo que, en algunos eventos lluviosos, la profundidad del flujo podría superar el valor de la altura máxima, d , de la cuneta triangular simple, en ciertos países se permite que el ancho mojado, b , invada una pequeña porción de la berma o calzada de la vía, sin perjuicio de la seguridad vial, configurándose así una sección transversal compuesta, como la que se muestra en la Figura 2.

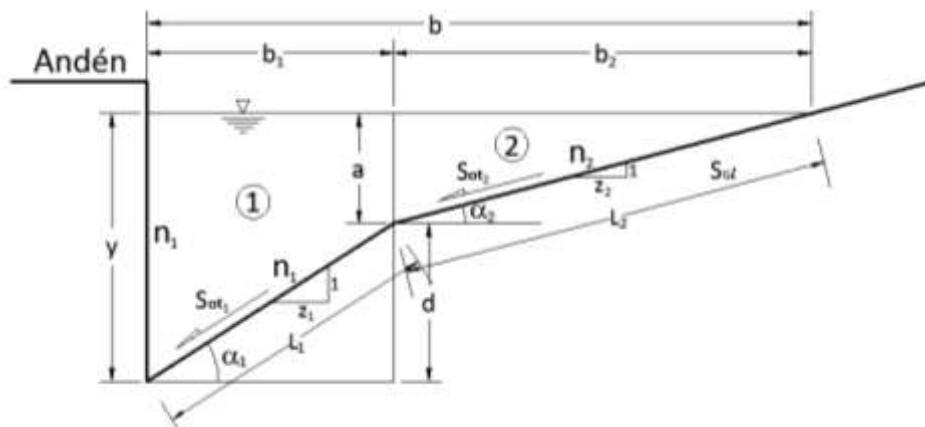


Figura 2. Esquema de una cuneta de sección triangular compuesta.

Para esta sección transversal compuesta, el caudal total de aguas lluvias será igual a la suma de los caudales parciales Q_1 y Q_2 , correspondientes a las subsecciones 1 y 2. Véase la Figura 2.

$$Q = Q_1 + Q_2 \quad (9)$$

De acuerdo con la ecuación (5), Q_1 y Q_2 se pueden expresar de la siguiente manera:

$$Q_1 = - A_1 \sqrt{32g \left(\frac{A_1}{P_1}\right) S_{ol}} \log \left[\frac{k_{s1}}{14.8 \left(\frac{A_1}{P_1}\right)} + \frac{1.255v}{\sqrt{32g \left(\frac{A_1}{P_1}\right)^3 S_{ol}}} \right] \quad (10)$$

$$Q_2 = - A_2 \sqrt{32g \left(\frac{A_2}{P_2}\right) S_{ol}} \log \left[\frac{k_{s2}}{14.8 \left(\frac{A_2}{P_2}\right)} + \frac{1.255v}{\sqrt{32g \left(\frac{A_2}{P_2}\right)^3 S_{ol}}} \right] \quad (11)$$

Con base en la sección de la Figura 2, se obtienen las siguientes expresiones para el área y el perímetro mojado de cada subsección 1 y 2:

$$A_1 = \frac{b_1}{2} (y + b_2 S_{ot2}) \quad (12)$$

$$P_1 = y + b_1 \sqrt{1 + S_{ot1}^2} \quad (13)$$

$$A_2 = \frac{b_2^2 S_{ot2}}{2} \quad (14)$$

$$P_2 = b_2 \sqrt{1 + S_{ot2}^2} \quad (15)$$

Sustituyendo las ecuaciones (12) y (13) en (10), (14) y (15) en (11), y, a su vez, reemplazando (11) y (12) en (9), y simplificando se obtiene:

$$Q = - \frac{2[b_1(2y - b_1 S_{ot1})]^{3/2}}{S_{ot2}} \frac{\sqrt{g S_{ol}}}{(1 + S_{ot2}^2)^{1/4}} \log \left(\frac{k_{s1} \left(y + b_1 \sqrt{1 + S_{ot1}^2} \right)}{7.4 b_1 (2y - b_1 S_{ot1})} + \frac{0.6275 v \left(y + b_1 \sqrt{1 + S_{ot1}^2} \right)^{3/2}}{\sqrt{g S_{ol}} [b_1 (2y - b_1 S_{ot1})]^{3/2}} \right) - \frac{2(y - b_1 S_{ot1})^{5/2}}{(1 + S_{ot2}^2)^{1/4}} \frac{\sqrt{g S_{ol}}}{(1 + S_{ot2}^2)^{1/4}} \log \left(\frac{k_{s2} \sqrt{1 + S_{ot2}^2}}{7.4 (y - b_1 S_{ot1})} + \frac{0.6275 v (1 + S_{ot2}^2)^{3/4}}{\sqrt{g S_{ol}} (y - b_1 S_{ot1})^{3/2}} \right) \quad (16)$$

Ecuación de D&W-C&W para dimensionamiento de cunetas triangulares urbanas compuestas.

En algunos países es preceptivo un valor máximo del ancho mojado, b , definido en sus respectivas normas de diseño, en tanto que el ancho mojado b_1 queda definido por los valores de S_{ot1} y d , y $b_2 = b - b_1$.

Por lo anterior, y con ayuda de la ecuación (16), dados el caudal de diseño de aguas lluvias, Q , las pendientes transversales, S_{ot1} y S_{ot2} , y los coeficientes de rugosidad, k_{s1} y k_{s2} , es fácil determinar el valor de la profundidad del flujo, y , empleando la función Solver de una calculadora programable o de una Hoja de Cálculo de la aplicación MS Excel^{MR}

3. EJEMPLOS

3.1 EJEMPLO DE DIMENSIONAMIENTO DE UNA CUNETA TRIANGULAR SIMPLE

Con arreglo a la Figura 1, se desea conocer la profundidad, y , y el ancho superficial, b , en una cuneta triangular simple, de pendiente longitudinal, $S_{ol} = 0.03$, pendiente transversal, $S_{ot} = 0.04$, coeficiente de rugosidad absoluta, $k_s = 1.66$ mm, viscosidad cinemática, $\nu = 1.14 \times 10^{-6}$ m²/s, y un caudal máximo de aguas lluvias, $Q = 72.1$ l/s.

Retomando la ecuación (8), y reemplazando los valores numéricos, se obtiene la profundidad del agua.

$$Q = - \frac{2}{S_{ot}} \frac{\sqrt{g y^3 S_{ol}}}{\left(S_{ot} + \sqrt{1 + S_{ot}^2} \right)} \log \left[\frac{k_s \left(S_{ot} + \sqrt{1 + S_{ot}^2} \right)}{7.4 y} + \frac{0.6275 v \left(S_{ot} + \sqrt{1 + S_{ot}^2} \right)^{3/2}}{\sqrt{g y^3 S_{ol}}} \right] \quad (8)$$

$$0.0721 = -\frac{2}{0.04} \sqrt{\frac{9.81 \times y^5 \times 0.03}{(0.04 + \sqrt{1+0.04^2})}} \log \left[\frac{0.00166(0.04 + \sqrt{1+0.04^2})}{7.4y} + \frac{0.6275 \times 1.14 \times 10^{-6}}{\sqrt{9.81 \times y^3 \times 0.03}} (0.04 + \sqrt{1+0.04^2})^{3/2} \right]$$

Resolviendo para la profundidad, y, se obtiene:

$$y = 0.0657 \text{ m} = 6.57 \text{ cm}$$

Finalmente, se calcula el ancho superficial, b, de la siguiente manera:

$$b = \frac{y}{S_{ot}} = \frac{0.0657}{0.04} = 1.643 \text{ m}$$

3.2 EJEMPLO DE DIMENSIONAMIENTO DE UNA CUNETA TRIANGULAR COMPUESTA

Con arreglo a la Figura 2, calcular la profundidad de la lámina de agua en una cuneta triangular compuesta, para los siguientes datos: $S_{o1} = 0.03$; $S_{ot1} = 0.083$; $S_{o2} = 0.042$; $k_{s1} = 1.66 \text{ mm}$; $k_{s2} = 3.20 \text{ mm}$;
 $v = 1.14 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$; $b_1 = 0.6096 \text{ m}$; $Q = 57.28 \text{ l/s}$.

Con base en la ecuación (16) y reemplazando los valores numéricos, se obtiene una solución para la profundidad de la lámina de agua, y.

$$Q = -2[b_1(2y-b_1S_{ot1})]^{3/2} \sqrt{\frac{gS_{o1}}{y+b_1\sqrt{1+S_{ot1}^2}}} \log \left(\frac{k_{s1}(y+b_1\sqrt{1+S_{ot1}^2})}{7.4b_1(2y-b_1S_{ot1})} + \frac{0.6275v(y+b_1\sqrt{1+S_{ot1}^2})^{3/2}}{\sqrt{gS_{o1}}[b_1(2y-b_1S_{ot1})]^{3/2}} \right) \\ - \frac{2(y-b_1S_{ot1})^{5/2}}{S_{o2}} \frac{\sqrt{gS_{o1}}}{(1+S_{o2}^2)^{1/4}} \log \left(\frac{k_{s2}\sqrt{1+S_{o2}^2}}{7.4(y-b_1S_{ot1})} + \frac{0.6275v(1+S_{o2}^2)^{3/4}}{\sqrt{gS_{o1}}(y-b_1S_{ot1})^{3/2}} \right) \\ 0.05728 = -2[0.6096(2y-0.6096 \times 0.083)]^{3/2} \sqrt{\frac{9.81 \times 0.03}{y+0.6096\sqrt{1+0.083^2}}} \\ \log \left(\frac{0.00166(y+0.6096\sqrt{1+0.083^2})}{7.4 \times 0.6096(2y-0.6096 \times 0.083)} + \frac{0.6275 \times 1.14 \times 10^{-6}(y+0.6096\sqrt{1+0.083^2})^{3/2}}{\sqrt{9.81 \times 0.03}[0.6096(2y-0.6096 \times 0.083)]^{3/2}} \right) \\ - \frac{2(y-0.6096 \times 0.083 S_{ot1})^{5/2}}{0.042} \frac{\sqrt{9.81 \times 0.03}}{(1+0.042^2)^{1/4}} \log \left(\frac{0.0032\sqrt{1+0.042^2}}{7.4(y-0.6096 \times 0.083)} + \frac{0.6275 \times 1.14 \times 10^{-6}(1+0.042^2)^{3/4}}{\sqrt{9.81 \times 0.03}(y-0.6096 \times 0.083)^{3/2}} \right)$$

Obteniéndose para y:

$$y = 0.0762 \text{ m} = 7.62 \text{ cm}$$

$$b = b_1 + b_2 = b_1 + \frac{y - b_1 S_{ot1}}{S_{ot2}} = 0.6096m + \frac{0.0762 - 0.6096 \times 0.083}{0.042} m = 1.219 m$$

4. CONCLUSIONES

La ecuación de D&W-C&W es de uso universal, deducida racionalmente a partir de principios físicos y de gran utilidad para el diseño de canales. Dicha ecuación se ha empleado adecuadamente para dimensionar cunetas triangulares urbanas.

Con la deducción de estas ecuaciones se pretende relevar el uso de nomogramas, ábacos y ecuaciones aproximadas, que conducen a diseños de canales inapropiados y poco fiables.

En este artículo se ha ilustrado el manejo de la ecuación de D&W-C&W, con dos ejemplos prácticos de diseño de cunetas.

Esta ecuación presenta la ventaja de emplear valores más reales del coeficiente de rugosidad del material del canal.

Por lo anterior, el empleo de esta ecuación conduce a diseños de canales y cunetas más confiables, en relación con los que se pueden obtener utilizando otras ecuaciones de resistencia.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 5.1 AROCHA RAVELO. Simón. (1983). Cloacas y Drenaje. Teoría y Diseño. Editorial Vega. Caracas, Venezuela.
- 5.2 CHOW, Ven Te. (1994). Hidráulica de Canales Abiertos. Ed. Mc Graw-Hill Interamericana S.A. Santafé de Bogotá, Colombia.
- 5.3 DEPARTAMENTO DE ANTIOQUIA. (1986). Normas y Especificaciones para el Diseño de Carreteras. Secretaría de Obras Públicas. Dirección de Estudios y Diseño. Medellín, Colombia.
- 5.4 EMPRESAS PÚBLICAS DE MEDELLÍN. (2007). Normas de Diseño de Acueductos y Alcantarillados de las EE.PP.M. Medellín, Colombia.
- 5.5 GAVILÁN LEÓN, Germán E. (2001). Manual de Diseño de Drenajes Superficiales y Subsuperficiales en Vías. Bucaramanga, Colombia.
- 5.6 LÓPEZ CUALLA, Ricardo Alfredo. (1995). Elementos de Diseño para Acueductos y Alcantarillados. Editorial Escuela Colombiana de Ingeniería. Santafé de Bogotá, Colombia.
- 5.7 MARBELLO PÉREZ, Ramiro. (2005). Manual de Prácticas de Laboratorio de Hidráulica. Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín. Medellín, Colombia.
- 5.8 PÉREZ PARRA JORGE A. (1998). Diseño de Acueductos y Alcantarillados. 2ª. ed. Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín. Medellín, Colombia.
- 5.9 REPÚBLICA DE COLOMBIA. MINISTERIO DE DESARROLLO ECONÓMICO. (2000). Reglamento Técnico del Sector de Agua Potable y Saneamiento Básico (RAS). Bogotá, Colombia.