

La Escala de Fluctuación de Caudales Medios Mensuales en Función del Área de la Cuenca (Río Tocantins-Brasil)

Catalina Góez Arango
Estudiante de Maestría
Correo electrónico: cgoeza@unalmed.edu.co

Germán Poveda Jaramillo
Profesor Asociado
Correo electrónico: gpoveda@unalmed.edu.co

Posgrado en Recursos Hidráulicos. Escuela de Geociencias y Medio Ambiente.
Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín. Carrera 80 No 65- 223, Bloque M2.
Teléfono: 4255100. Fax: 4255103. Medellín.

Preparado para presentación en el
XVI Seminario Nacional de Hidráulica e Hidrología
Sociedad Colombiana de Ingenieros
Sociedad de Ingenieros del Quindío
Universidad del Quindío
Corporación Autónoma Regional del Quindío
Armenia 29, 30 y 31 de octubre de 2004

Resumen. La escala de fluctuación de un proceso estocástico se define como la integral de correlación en el tiempo. Se trata de un parámetro muy relevante en el análisis y modelación de series temporales de naturaleza estocástica. En hidrología, la escala de fluctuación proporciona una cuantificación de la estructura de correlación lineal de los procesos hidrológicos, así como del intervalo de muestreo óptimo de variable hidrológicas, y está involucrada en el análisis de las propiedades estadísticas de eventos extremos máximos y mínimos, incluyendo teoría de cruces y rachas, y en el fenómeno de Hurst. En este trabajo se estudió la variabilidad de la escala de fluctuación de caudales medios mensuales con el área de la cuenca de drenaje. El caso de estudio se aplicó a series de caudales medios mensuales en estaciones de medición localizadas a lo largo de la cuenca del río Tocantins en Brasil. La estimación de la escala de fluctuación se realizó usando: (i) el autocorrelograma, (ii) la función de varianza, y (iii) la función de densidad espectral de área unitaria, evaluada en la frecuencia cero. Los resultados para la cuenca del río Tocantins indican un decrecimiento exponencial de la escala de fluctuación con el área, de la forma $3.7e^{-3E-06x}$ ($R^2=0.83$). Estos resultados apuntan a entender la dinámica de los procesos hidrológicos de la cuenca.

1. Introducción

En el estudio de fenómenos naturales de carácter turbulento y en el proceso de medición y análisis de sus características principales, la escala de fluctuación juega un papel muy importante y en especial da idea del estado de la persistencia de las cantidades inherentes a la variable de estudio. La persistencia o la antipersistencia se relacionan íntimamente con el comportamiento temporal del fenómeno físico involucrado.

La escala de fluctuación (θ), se define como la integral de correlación en el tiempo y es un parámetro fundamental en el análisis y modelación de series temporales; tiene aplicaciones en la determinación del intervalo óptimo de muestreo de una señal aleatoria a través de la determinación del intervalo de tiempo requerido para obtener estimaciones estables en la media de cantidades fluctuantes, la predicción de eventos extremos, cruce por umbrales y tamaños de excursiones en series temporales. Así mismo, es un factor determinante en el análisis del fenómeno de Hurst (Poveda y Mesa, 1991), en la estimación de la magnitud del error en caudales medios y está altamente relacionado con la intensidad de ruido blanco en procesos de tipo Poisson.

En particular T/θ es interpretada como el número de observaciones independientes contenidas en un intervalo de muestreo T . El intervalo óptimo de muestreo es proporcional a la escala de fluctuación.

Con este trabajo se busca identificar alguna posible relación entre la escala de fluctuación y el área de drenaje de la cuenca, además de aplicar los métodos para estimar la escala de fluctuación (Vanmarcke, 1988) y utilizados en el trabajo de Betancurt y Sánchez (1993), a varias series de caudal medio registradas sobre la corriente del río Tocantins localizado en Brasil. La estimación del parámetro θ se hizo por tres métodos diferentes: considerando la función de correlación $\rho(k)$, la función de varianza $\gamma(T)$ y la función de densidad espectral de área unitaria $g(f)$.

Por definición, el producto $T\gamma(T)$ converge hacia θ cuando la ventana de agregación T crece sin límite. También, θ equivale al área bajo la función de autocorrelación y es proporcional a la ordenada de la frecuencia cero de la función de densidad espectral normalizada y de área unitaria, siendo el factor de proporcionalidad dependiente del tipo de frecuencia involucrada.

2. Información Empleada

Los registros empleados se tomaron originalmente de la base de datos de la Agencia Nacional de Energía Eléctrica de Brasil-ANEEL (Costa et al, 2001) y corresponden a registros de caudales medios mensuales de diferentes estaciones ubicadas sobre el río Tocantins (Brasil). Algunas de estas series presentaron un bajo porcentaje de datos faltantes (aproximadamente 4% en todos los casos), razón por la cual se hizo una reconstrucción de los mismos por medio del promedio de los caudales medios conocidos. A los demás datos existentes no se les hizo ningún tipo de corrección, ignorando de esta manera cualquier tipo de error que pudo existir durante la recolección. Finalmente se seleccionaron las estaciones presentadas en la Tabla 1, cuya ubicación se muestra en la Figura 1.

Tabla 1. Estaciones seleccionadas.

CÓDIGO	NOMBRE ESTACIÓN	ÁREA (km ²)	LAT	LONG	PERIODO DE REGISTRO
21050000	São Felix (A/B)	57062	-13.53	-48.13	1971-1991
22050001	Peixe	130352	-12.02	-48.55	1971-1984
22350000	Porto Nacional	173828	-10.70	-48.43	1949-1984
23100000	Tupiratins	243841	-8.23	-48.10	1970-1990
23300000	Carolina	276520	-7.33	-47.47	1962-1990
23600000	Tocantinópolis	290570	-6.32	-47.42	1965-1980
23700000	Descarreto	298559	-5.77	-47.48	1974-1997
29700000	Tucuruí	758000	-3.75	-49.68	1978-1995

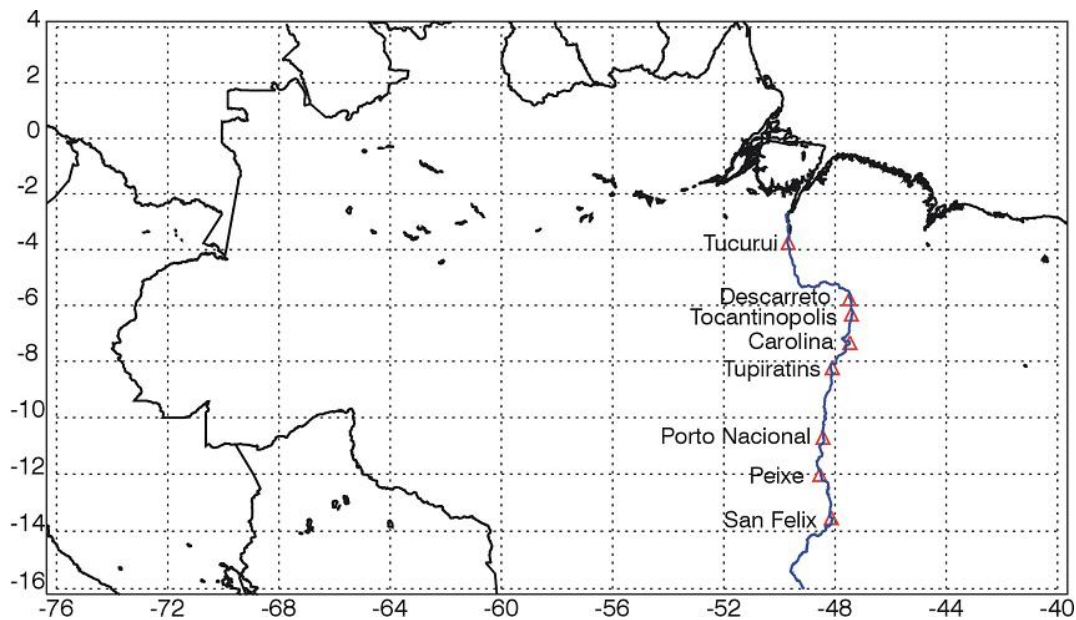


Figura 1. Estaciones seleccionadas sobre la corriente del río Tocantins.

3. Función de Correlación

La función de autocorrelación se define mediante la expresión (1) y es una función que varía entre 1 y -1, con $\rho=1$ cuando $k=0$.

$$\rho(k) = \frac{\psi(k)}{\sigma_x^2} \quad (1)$$

donde, k representa el rezago, $\psi(k)$ la función de autocovarianza y σ_x^2 la varianza de la muestra.

Según la literatura, es recomendable que el número de rezagos no exceda un número equivalente a la cuarta parte del número de datos. En este trabajo en particular, los autocorrelogramas se calculan respetando el criterio anterior y utilizando rezagos mensuales. Los resultados se muestran en la Figura 2.

La escala de fluctuación utilizando el autocorrelograma, se define como el área bajo la curva de éste para cada rezago (k). El área bajo la curva del autocorrelograma se calcula mediante la siguiente expresión:

$$\theta = 1 + 2 \sum_{k=1}^K \rho(k) \quad (2)$$

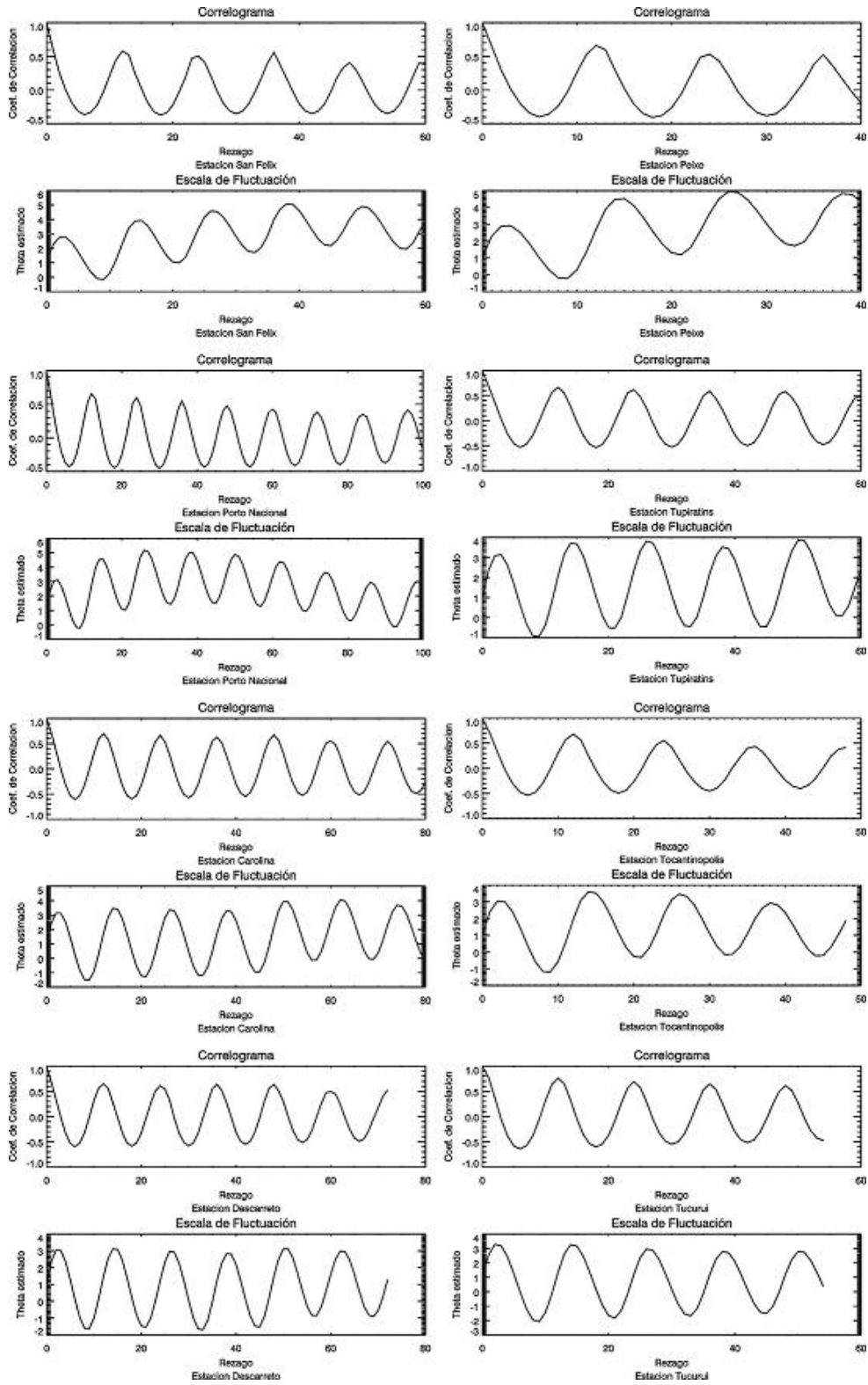


Figura 2. Correlogramas y escala de fluctuación de las series seleccionadas utilizando la función de correlación.

4. Función de Varianza

La función de varianza cuantifica la variabilidad de las series temporales y sus estimadores a diferentes intervalos de agregación. Para calcular la función de varianza $\gamma(T)$, es necesario generar una familia de procesos de media local $X_T(t)$ a partir de la serie original. De esta manera se obtiene una nueva serie con media igual a la del proceso original, pero con varianza diferente y que depende del intervalo de agregación. Así, la función de varianza está definida como la relación entre la varianza del proceso agregado (σ_T^2) y la varianza del proceso original (σ^2).

$$\gamma(T) = \frac{\sigma_T^2}{\sigma^2} \quad (3)$$

La función de varianza es adimensional y decae monótonamente a medida que crece el intervalo de agregación T . La función se puede calcular con o sin traslape de T . En este trabajo se utilizó la función con traslape (Ver Figura 3). Teniendo en cuenta la expresión (3) se define la escala de fluctuación como sigue:

$$\theta = T\gamma(T), \text{ cuando } T \rightarrow \infty \quad (4)$$

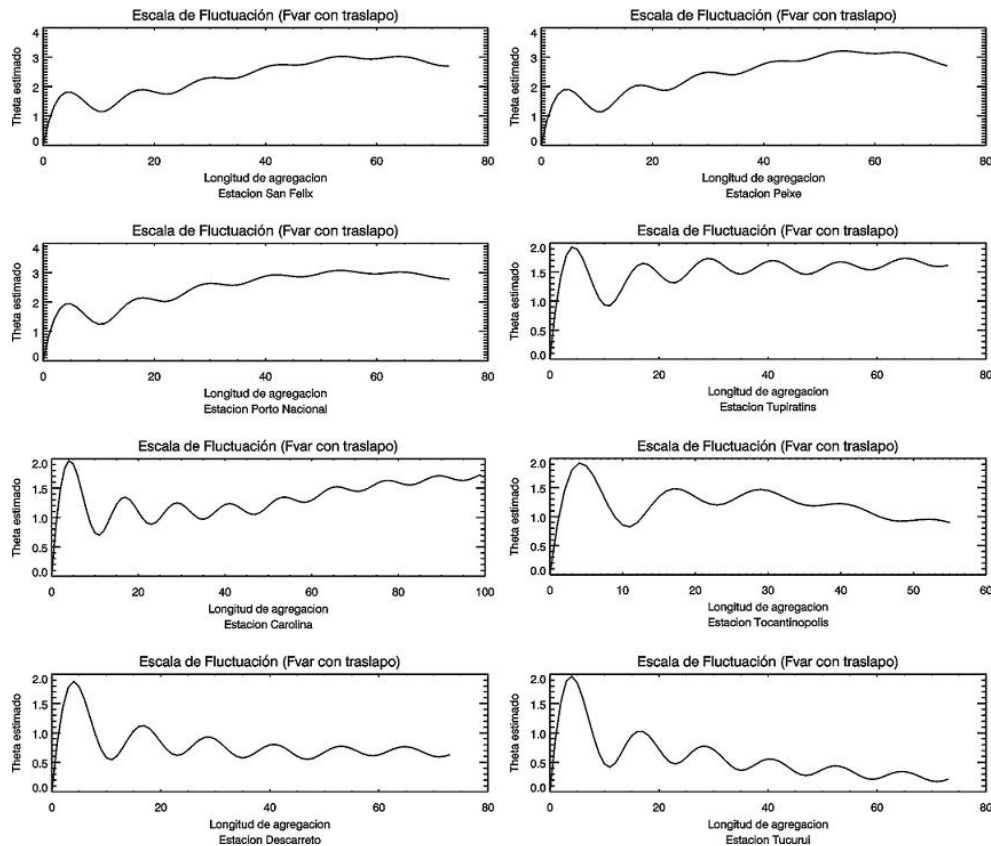


Figura 3. Escala de fluctuación de las series seleccionadas utilizando la función de varianza.

5. Método del Espectro de Potencias

Con este método se hace una transformación del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia, de la serie en estudio. En el dominio de la frecuencia se recurre al espectro de potencias que está definido como la transformada de Fourier de la función de autocovarianza de la serie.

La función de densidad espectral está definida por:

$$G(f) = 1 + 2 \int_{k=1}^{\infty} \rho(k) e^{-2\pi f k i} \quad (5)$$

donde, k representa el rezago, $\rho(k)$ la función de autocorrelación y f la frecuencia.

La escala de fluctuación es proporcional a la función de densidad espectral de un solo lado y de área unitaria evaluada en la frecuencia cero. Los resultados de este método se presentan en la Figura 4.

$$\theta = \pi g(0) \quad (6)$$

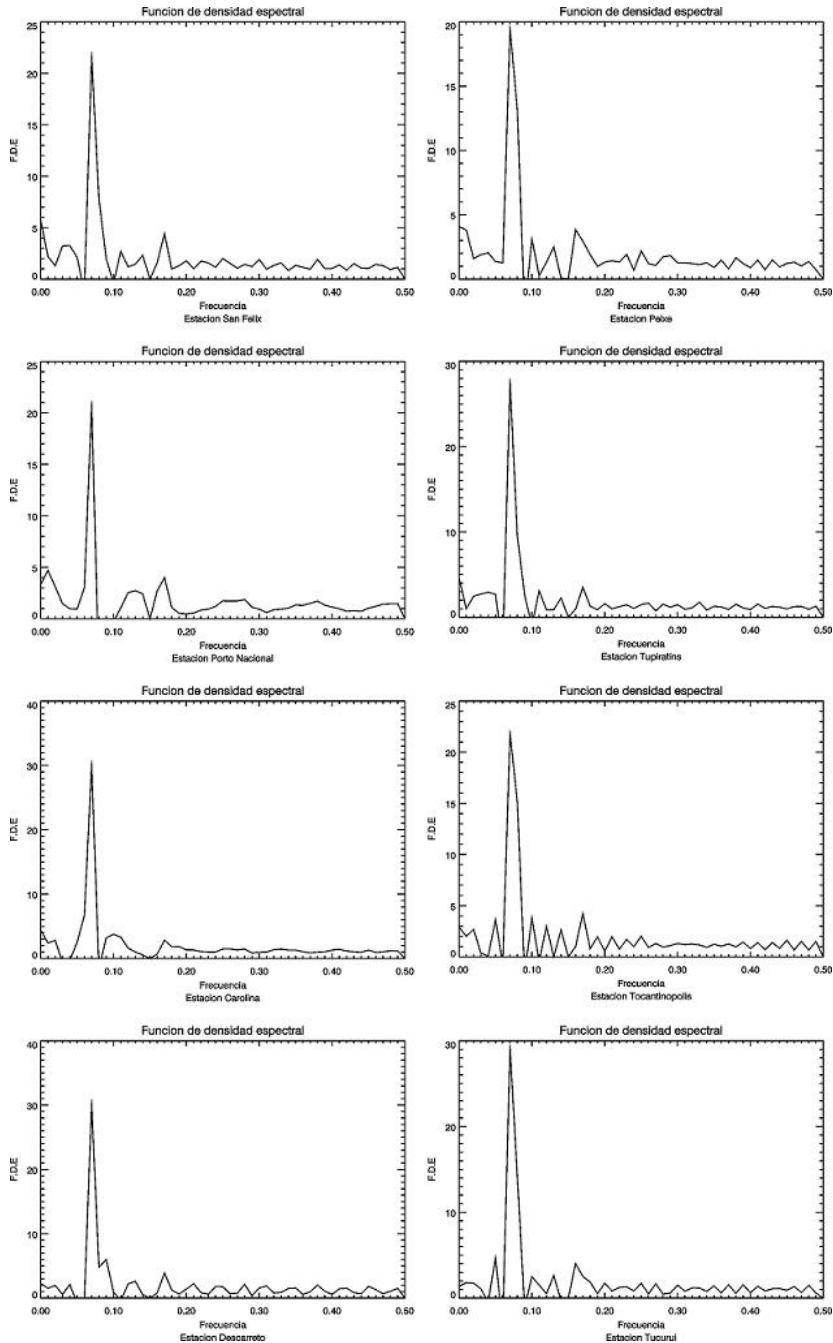


Figura 4. Función de densidad espectral de área unitaria para las series seleccionadas.

6. Relación entre el área de drenaje y la Escala de Fluctuación

Con los resultados obtenidos (Tabla 2), del cálculo de la escala de fluctuación por los diferentes métodos planteados, es posible, estimar la relación entre la escala de fluctuación y el área de drenaje de la cuenca.

Para observar la relación entre el área de drenaje y la escala de fluctuación se hicieron varios ajustes: lineal, potencial, logarítmico y exponencial. El que mostró un mejor valor de R^2 fue el ajuste exponencial que se muestra en la Figura 5.

Tabla 2. Escala de fluctuación estimada por diferentes métodos (función de correlación, función de varianza y función de densidad espectral) para las estaciones seleccionadas.

Estación	Área	θ		
		Correlograma	Varianza	Espectro de Potencias
San Felix	57062	3.42	2.93	3.11
Peixe	130352	3.23	3.07	2.85
Porto Nacional	173828	3.13	2.97	3.15
Tupiratins	243841	1.72	1.64	2.69
Carolina	276520	1.83	1.65	2.24
Tocantinópolis	290570	1.47	1.17	1.99
Descarreto	298559	1.07	0.68	1.59
Tucuruí	758000	0.62	0.34	1.38

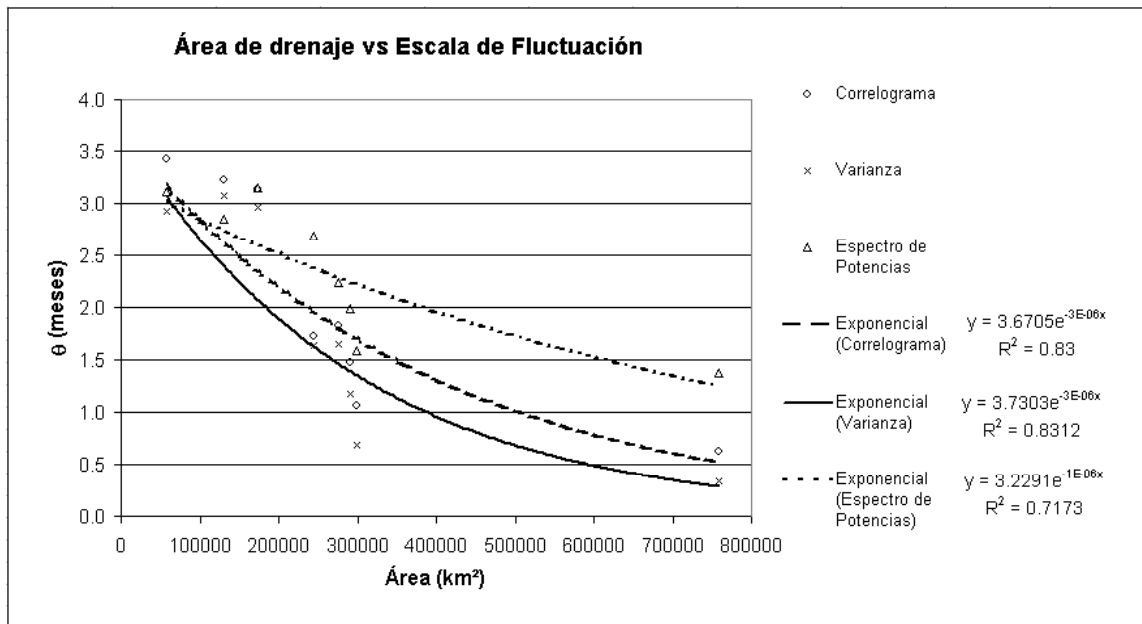


Figura 5. Relación entre la escala de fluctuación y el área de drenaje.

7. Análisis de Resultados

En general se observa que el método que estima los valores mas altos para el parámetro θ , es el método del espectro de potencias, mientras que los valores mas bajos se presentan con el estimador de la función de varianza.

Se puede observar claramente de los autocorrelogramas obtenidos para cada una de las series estudiadas, que se presenta una periodicidad con ciclos del orden de los doce meses, lo que refleja la presencia del ciclo anual. Este hecho también se confirma con los gráficos de la función de densidad espectral, donde se observa un máximo pico en todas las series en la frecuencia cercana a 0.08, que es equivalente a un periodo de aproximadamente 12 meses.

Si se comparan los resultados obtenidos por los diferentes métodos se nota que no se presentan grandes diferencias entre las metodologías utilizadas, por lo que los valores estimados para la escala de fluctuación son congruentes entre sí y presentan la misma tendencia.

La gráfica de la relación entre la escala de fluctuación y el área de drenaje no es muy consistente con lo esperado, ya que de manera intuitiva se esperaría que para cuencas grandes la capacidad de regulación contribuya a que la memoria de la cuenca sea mas larga y por lo tanto su escala de fluctuación adopte un valor alto, mientras que para cuencas pequeñas se espera que estén sometidas a altas variabilidades que hacen que el valor de la escala de fluctuación sea bajo (memoria corta). Este comportamiento puede ser explicado por las condiciones que presenta la cuenca en la parte alta y que deben ser examinadas con cuidado, como las características geomorfológicas y climáticas, entre otras. Además, se debe tener en cuenta la manera en la cual el comportamiento estadístico de la escala de fluctuación está afectada por la dependencia y la periodicidad de las series de caudales medios mensuales (Troutman, 1978).

De la Figura 5, se puede observar que la escala de fluctuación estimada mediante el método del correlograma, la función de varianza y la función de densidad unitaria tiene un decrecimiento exponencial (mejor ajuste). Esto muestra que a medida que aumenta el área, la escala de fluctuación decrece.

8. Conclusiones

La escala de fluctuación estimada, para las estaciones seleccionadas sobre el río Tocantins en Brasil, por los métodos de la función de correlación, la función de varianza y el espectro de potencias, es en todos los casos del mismo orden de magnitud y su relación con el área de la cuenca muestra que a medida que el área de drenaje aumenta la escala de fluctuación de los caudales medios mensuales disminuye.

Se propone para estudios posteriores revisar el análisis a la luz del trabajo propuesto por Troutman (1978), para verificar el comportamiento de la escala de fluctuación de variables dependientes y periódicas.

Los resultados obtenidos se pueden ver afectados debido a que las longitudes de registro consideradas para todas las series eran diferentes. De acuerdo a esto se debe tener presente que la robustez de las estimaciones se mejora a medida que la cantidad de datos aumenta.

Existen varios factores que influyen en la estimación del parámetro de la escala de fluctuación como son los rezagos considerados para la gráfica del autocorrelograma y el corte del rezago para estimar θ , el intervalo de agregación en la función de varianza y la escala de agregación de la variable en estudio.

La información empleada en este tipo de análisis siempre debe ser revisada bajo criterios físicos, de manera que los resultados obtenidos sean coherentes con los procesos de la naturaleza.

Una buena estimación de la escala de fluctuación es muy importante desde el punto de vista práctico, ya que se puede conocer el comportamiento de eventos extremos, sirve para una aproximación de la capacidad

del embalse óptimo de regulación, da bases para mejorar la predicción de variables hidroclimáticas y muchas otras aplicaciones.

Es muy importante analizar los valores de la escala de fluctuación, paralelamente con estudios del clima, geomorfología y de vegetación de la cuenca, ya que estos factores pueden ser determinantes en los valores de la escala de fluctuación estimados.

9. Bibliografía

- [1] Betancur, C. y González, L. (1993). *La Escala de Fluctuación en los Procesos Hidrológicos*. TDG Ingeniería Civil. Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Minas. Medellín.
- [2] Costa, M. H., C. H. Oliveira, R. Andrade, T. R. Bustamante, F. A. Silva y M. Coe. (2001). *A Macro-Scale Hydrological Dataset of River Flow Routing Parameters for the Amazon Basin*. LBA special section of Journal of Geophysical Research - Atmospheres.
- [3] Poveda, G. y Mesa, O. (1991). *Acerca de la Existencia del Fenómeno Hurst*. Avances en Recursos Hidráulicos. No: pp.5-19.
- [4] Troutman, B. (1978). *Reservoir Storage With Dependent, Periodic Net Inputs*. Water Resources Research. Vol. 14, No 3, pag. 395-401.
- [5] Vanmarcke, E. (1988). *Random Fields: Analysis and Synthesis*. The MIT Press, Massachusetts.