



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

**ESTRATEGIA METODOLÓGICA PARA LA ENSEÑANZA DE LOS NÚMEROS
FRACCIONARIOS EN LA RELACIÓN DE REPRESENTACIONES Y OPERACIONES
DE SUMA Y RESTA MEDIADA POR PROCESOS TECNOLÓGICOS.**

Gladys Janneth Arcila Henao

C.C 43.721.853

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias

Medellín, Colombia

2016

**ESTRATEGIA METODOLÓGICA PARA LA ENSEÑANZA DE
LOS NÚMEROS FRACCIONARIOS EN LA RELACIÓN DE
REPRESENTACIONES Y OPERACIONES DE SUMA Y RESTA
MEDIADA POR PROCESOS TECNOLÓGICOS**

Trabajo final de maestría presentado como requisito parcial para optar al título de:
Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Director

Jair Arturo Gómez Gómez
MSc en Tecnología y Educación

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias
Medellín, Colombia
2016

Agradecimientos

A Dios por permitir alcanzar mis metas en el estudio y crecimiento personal.

A mi esposo y compañero fiel, quien con su apoyo, guía y paciencia ha contribuido al cumplimiento de este maravilloso logro.

A mi hija por su compañía y paciencia.

A mi asesor Jair Gómez, por sus valiosas orientaciones.

Resumen

La enseñanza de las fracciones ha sido un tema de gran interés para muchos docentes, debido a la adversidad frente a la disposición al estudio del mismo en los diferentes niveles del ciclo escolar. Este trabajo describe una estrategia metodológica, a través del trabajo colaborativo, que contribuya a la enseñanza de los números fraccionarios y sus operaciones, mediante la resolución y planteamiento de problemas en el grado noveno tres de la I. E. Maestro Arenas Betancur.

Se describe el resultado obtenido en la aplicación de una prueba diagnóstica, para evaluar la comprensión, resolución y planteamiento de problemas utilizando los números fraccionarios, en el componente numérico variacional.

Luego, se presenta la estrategia metodológica de aprendizaje colaborativo, con apoyo virtual y utilizando material didáctico. Seguidamente se aplican las actividades propuestas en la intervención.

Por último, se aplicó una prueba final donde se evidenció que ésta propuesta metodológica, permite una mayor apropiación de los diferentes conceptos de fracción y sus operaciones, mejora las relaciones interpersonales y la construcción del conocimiento de manera significativa y eficiente.

Palabras clave: números fraccionarios, estrategia metodológica, aprendizaje colaborativo, pensamiento numérico.

Abstract

The teaching of fractions has been a topic of great interest for many teachers because of the adversity facing the willingness to study at different levels of schooling. This work describes a methodological strategy, through collaborative work, contributing to the teaching of fractional numbers and their operations, through resolution and approach to problems in the 9^o3 of the I. E. Maestro Arenas Betancur.

It is described the result obtained in the application of a diagnostic test, to assess understanding, resolution, and approach problems using fractional numbers, in the variational numerical component.

Then, the methodological strategy of collaborative learning is presented, with virtual support and using teaching materials. Then the activities proposed are also offered in the intervention.

Finally, it was applied a final test where it was demonstrated that this methodological proposal allows a wide appropriation of the different concepts of fraction and its operations, also improves interpersonal relationships and the construction of knowledge in a meaningful way and efficient.

Key words: fractional numbers, methodological strategy, collaborative learning, numerical thinking.

Contenido

Resumen	V
Abstract	VI
Contenido	VII
Lista de figuras	IX
Lista de tablas.....	10
Introducción	11
1. Aspectos Preliminares	13
1.1 Selección y delimitación del tema.....	13
1.2 Planteamiento del problema	13
1.2.1 Antecedentes.....	13
1.2.2 Descripción del problema.....	15
1.2.3 Formulación dela pregunta	16
1.3 Justificación.....	16
1.4 Objetivos	17
1.4.1 Objetivo general.....	17
1.4.2 Objetivos específicos	18
2. Marco Referencial.....	19
2.1 Marco Teórico	19
2.2 Marco Conceptual – Disciplinar	21
2.3 Marco Legal.....	25
2.4 Marco espacial	27
3. Diseño Metodológico: Investigación aplicada.....	28
3.1 Paradigma crítico – Social	28
3.2 Tipo de investigación y Método	28
3.3 Instrumento de recolección de información	29
3.4 Población y Muestra	29
3.5 Delimitación y Alcance	30

3.6 Cronograma	30
4. Trabajo Final.....	32
4.1 Caracterización	32
4.1.1 Prueba diagnóstica	32
4.1.2 Análisis de resultados de la prueba diagnóstica.....	33
4.1.3 Rastreo bibliográfico	41
4.2 Estructura de la estrategia metodológica.....	42
4.2.1 Descripción de la estrategia metodológica	43
4.2.2 Estructura general de la estrategia metodológica.....	45
4.2.3 Metodología de trabajo en clase	46
4.3 Intervención en el aula	49
4.3.1 Intervención de la estrategia metodológica	49
4.3.2 Análisis de los resultados de la intervención de la estrategia metodológica	49
4.4 Evaluación después de la aplicación de la intervención metodológica.	54
4.4.1 Aplicación una prueba final para contrastar el proceso a partir del diagnóstico y la intervención.....	55
4.4.2 Realizar los análisis de los resultados obtenidos con la prueba final.....	55
5. Conclusiones y recomendaciones.....	59
5.1 Conclusiones.....	59
5.2 Recomendaciones.....	61
Referencias.....	63
7. ANEXOS.....	68
7.1 ANEXO A. Prueba diagnóstica	68
7.2 ANEXO B. Estrategia metodológica Aprendiendo el mundo de las fracciones .	71
7.3 ANEXO C. Prueba final	72

Lista de figuras

Figura 1	Gráfico primera pregunta	34
Figura 2	Gráfico tercera pregunta	35
Figura 3	Gráfico séptima pregunta.....	37
Figura 4	Gráfico octava pregunta.....	38
Figura 5	Gráfico preguntas 9 a 12.....	39
Figura 6	Gráfico resultados prueba diagnóstica	40
Figura 7	Grupos de trabajo	51
Figura 8	Desempeño de roles.....	53
Figura 9	Trabajo en equipo	54
Figura 10	Presentación prueba final	55
Figura 11	Gráfico resultados prueba final	56
Figura 12	Comparación resultados en porcentaje prueba diagnóstica- prueba final ...	57

Lista de tablas

Tabla 1	Normograma	26
Tabla 2	Planificación de actividades	30
Tabla 3	Cronograma de actividades	31
Tabla 4	Resultados de la prueba diagnóstica.....	40
Tabla 5	Estándares.....	45
Tabla 6	Resultados prueba final.....	55
Tabla 7	Respuestas correctas en porcentaje	56

Introducción

Las matemáticas a lo largo de la historia han producido cierta dificultad y actualmente para muchas personas aún se presentan problemas con el manejo de los números racionales, este fenómeno puede ocurrir debido a una forma de enseñanza tradicional, que genera poco interés en los estudiantes, los cuales no se sienten participes en su propio aprendizaje y les cuesta relacionar los conceptos matemáticos con situaciones de la vida cotidiana, la forma de representarlos y los procedimientos a utilizar. Para analizar esta problemática, se ha hecho necesario la utilización de diferentes estrategias metodológicas que sirvan como herramienta para la motivación y despertar el interés de los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas.

El estudio de esta problemática, se realiza con el interés de conocer diferentes estrategias que se utilizan en el aula y sus aplicaciones. Esto permite identificar una estrategia metodológica de aprendizaje colaborativo, con apoyo virtual y utilizando material didáctico para el proceso de enseñanza aprendizaje, en el componente numérico variacional, y fortalecer las competencias en matemáticas.

El trabajo final se desarrolla en cinco capítulos, en el primer capítulo se establece el tema, el planteamiento del problema donde se realiza una revisión bibliográfica sobre la dificultad en la enseñanza aprendizaje de los números racionales y como se ha abordado tanto a nivel nacional como internacional, la justificación y objetivos, con el fin de orientar el trabajo a realizar.

En el segundo capítulo se tiene en cuenta los fundamentos teóricos, en el aprendizaje significativo de Ausubel y enseñanza para la comprensión de Gardner, con el fin de motivar al estudiante en su propio proceso de aprendizaje y formación en habilidades para la producción de un nuevo conocimiento. Como componente de la didáctica

se utiliza el método, el cual aporta la dinámica en el proceso docente educativo.

Luego, en el capítulo tres se describe el diseño metodológico, se tiene en cuenta el paradigma crítico social, en el cual se establecen transformaciones sociales y la auto-reflexión, teniendo en cuenta, como los estudiantes abordan el aprendizaje de las matemáticas para dirigir la propuesta metodológica, considerando los procesos y la didáctica, de acuerdo a un cronograma establecido.

Más adelante en el capítulo cuatro, se desarrollan cinco fases, para dar cumplimiento a los objetivos planteados, se analizan los resultados de la prueba diagnóstica, se hace un rastreo bibliográfico, los cuales sirven de base para la estructuración de la propuesta metodológica y su intervención en el aula, para más adelante realizar una prueba final, que comparada con la inicial, permite evidenciar resultados en el trabajo propuesto.

Por último, en el capítulo cinco, se realizan las conclusiones y recomendaciones con relación a la propuesta tanto a nivel académico como social, además, de sugerencias de la implementación en el aula de clase.

1. Aspectos Preliminares

1.1 Selección y delimitación del tema

Las fracciones son un tema que para la mayoría de los estudiantes presenta algún grado de dificultad, es por esto que muchos docentes se han visto en la necesidad de buscar estrategias metodológicas para la comprensión del concepto de fracción y que contribuya para disminuir la apatía que se tiene frente al tema.

1.2 Planteamiento del problema

1.2.1 Antecedentes

Las fracciones son un tema que para la mayoría de los estudiantes presenta algún grado de dificultad, es por esto que muchos docentes se han visto en la necesidad de buscar estrategias metodológicas para la comprensión del concepto de fracción y que contribuya para disminuir la apatía que se tiene frente al tema. Por lo tanto, los trabajos revisados consideran como idea principal, el desarrollo del pensamiento numérico, la comprensión de los números racionales, a través de una estrategia metodológica. Estudios donde se ha trabajado la temática.

En la Institución Educativa Maestro Arenas Betancur, para el año 2015 en las pruebas saber 11^o se encuentra en nivel B. A nivel internacional los resultados del año 2012 las pruebas Pisa muestran un resultado bajo, donde Colombia ocupa uno de los últimos puestos.

Se revisaron trabajos tanto a nivel nacional como internacional, teniendo en cuenta trabajos de grado, tesis, además, memorias de encuentros y trabajos de acompañamiento de Colombia Aprende.

En el primer grupo se plantean los trabajos a nivel nacional, se evidencia una preocupación por parte de los docentes en la enseñanza de los números racionales y en su mayoría se enfocan a una metodología didáctica, implementación de material, trabajo colaborativo, promover el aprendizaje mediante resolución de problemas para la construcción de conocimiento, compartir las experiencias, la implementación de las clases interactivas, utilizando el juego tanto en lo pedagógico como en la didáctica con el fin de desarrollar habilidades en el aprendizaje, conformar semilleros, plantean que las propuestas se sistematicen, se socialicen y que haya interés por parte del docente en la investigación en educación.

Por parte de los estudiantes, manifiestan que la manipulación de materiales promueve el interés y permite la discusión argumentada entre ellos mismos. Los docentes reconocen que es una metodología flexible, permite identificar tanto las potencialidades como las dificultades, al igual que cualifica la práctica profesional.

En la segunda parte se relacionan los trabajos encontrados a nivel internacional, donde se evidencia que la dificultad y problemática acerca de la concepción de las fracciones también ocupan un lugar importante, siendo un tema de interés para la proposición de métodos en su proceso de enseñanza aprendizaje.

Se presentan trabajos tanto de nivel primaria como bachillerato, teniendo en cuenta los planteamientos que muchos investigadores han venido realizando en la significación de las fracciones y su concepto. Otros con la manipulación de materiales tales como el tangram, material Montessori de resaques y el uso montones. Y para otros se utiliza la investigación acción, donde se diseña un material de trabajo aprovechando la didáctica y el juego, aquí el docente es el mismo investigador.

En los resultados que se encontraron los estudiantes incrementaron el interés, disposición en la manipulación de materiales y el trabajo en equipo, donde se comparten las experiencias.

1.2.2 Descripción del problema

Los números fraccionarios representan muchas relaciones no sólo con la matemática sino también con otras ciencias y situaciones en el diario acontecer, por esto es necesario buscar estrategias que permitan la motivación en su aprendizaje, teniendo en cuenta el concepto, la representación, el establecimiento de relaciones y operaciones básicas de los números fraccionarios,

Se plantea el trabajo con los números fraccionarios, ya que se considera de vital importancia en la vida cotidiana y en el aula de clase se evidencia falta de agrado por la matemática, debido a la dificultad en el proceso enseñanza aprendizaje del concepto de número fraccionario en cualquier etapa de la vida escolar.

La dificultad en la comprensión de los números fraccionarios puede radicar en que a los estudiantes no se les ha direccionado en forma adecuada la metodología y estrategia para el aprendizaje de las matemáticas, debido a esto se adquiere apatía con su aplicación en diversos fenómenos de diferente naturaleza.

Con el planteamiento de estrategias metodológicas de enseñanza aprendizaje se busca intervenir en el proceso de aula, para mejorar el interés en el tema de estudio, mediante la interacción entre los estudiantes y con materiales que permitan su adecuada comprensión.

Se ha indagado con estudiantes, docentes y directivos de la I. E. Maestro Arenas Betancur sobre la comprensión de los números fraccionarios en los diferentes grados y se llega a la conclusión de que se hace necesario buscar estrategias adecuadas para la enseñanza de los números fraccionarios y sus operaciones, ya que por el desconocimiento de trabajar con éstos, la dificultad permanece año tras año.

1.2.3 Formulación de la pregunta

¿Qué estrategia metodológica utilizando los métodos como componente de la didáctica, contribuye a la enseñanza de los números fraccionarios, para facilitar la comprensión en la representación, resolución y planteamiento de problemas?

1.3 Justificación

En la educación matemática de la básica muchos docentes, estudiantes y padres de familia, identifican una dificultad en la comprensión del tema de números fraccionarios en el establecimiento de relaciones, representaciones y operaciones de suma y resta.

Desde la primaria, los estudiantes muestran una seria complejidad al enfrentarse a la representación del número fraccionario, muy diferente al número natural. Carlos Eduardo Vasco, citado por Meza A y Barrios A (2010), en Propuesta Didáctica para la Enseñanza de las Fracciones. “En el archipiélago de los fraccionarios, plantea que el pensamiento matemático y sistemas numéricos, afirma que el paso del concepto de número natural al concepto de número racional necesita una re conceptualización de la unidad y del proceso mismo de medir, así como una extensión del concepto de número”.

Donde se muestra la complejidad que existe en la comprensión de unidad de medida y relacionarlo con otras magnitudes, las cuales pueden relacionarse con los números racionales.

Con base en la identificación de las dificultades en el proceso enseñanza aprendizaje, en los resultados de pruebas saber, el informe entregado evaluando el pre-icfes por los tres editores, los datos de Colombia Aprende y el diagnóstico de los estudiantes de la básica, se propone como estrategia metodológica el aprendizaje colaborativo, en un proceso de aprendizaje significativo de la comprensión del concepto de número fraccionario y las operaciones de suma y resta.

El establecer relaciones directas entre la teoría y la práctica, permiten una mejor comprensión del tema, con grandes ventajas como entender el concepto, establecer relaciones, representaciones gráficas, realizar operaciones entre ellos y mostrar interés por su aprendizaje.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo general

Diseñar una estrategia metodológica, que contribuya a la enseñanza de los números fraccionarios y sus operaciones, mediante la resolución y planteamiento de problemas en el grado noveno de la I. E. Maestro Arenas Betancur.

1.4.2 Objetivos específicos

- Identificar las dificultades relacionadas con la enseñanza de los números fraccionarios a través de una prueba diagnóstica.
- Analizar los resultados de la prueba diagnóstica, mediante una matriz de resultados, que sirva como insumo para plantear la estrategia metodológica.
- Revisar la fundamentación teórica relacionada con el método como componente de la didáctica, que soporte la propuesta de la estrategia metodológica.
- Diseñar una estrategia metodológica a partir de los resultados del diagnóstico y de la fundamentación teórica que contribuya para la enseñanza de los números fraccionarios.
- Intervenir la práctica docente, para potenciar un aprendizaje significativo en la comprensión, resolución y planteamiento de problemas utilizando los números fraccionarios.
- Evaluar el impacto generado en los estudiantes y su incidencia en los procesos de enseñanza aprendizaje, con la implementación de la estrategia metodológica propuesta.

2. Marco Referencial

En el presente marco referencial se hará una descripción del marco teórico con algunas de las teorías de la enseñanza, que son la base de esta propuesta metodológica. En el marco disciplinar, se realiza una descripción de la relación entre la temática de las fracciones, la didáctica detallando el componente de los métodos, los lineamientos curriculares y el proceso del pensamiento. Luego, en el marco legal se realiza un normograma con los artículos que se relacionan con la propuesta de trabajos planteados en la constitución política, en ley general de la educación, en el decreto 1290 y el SIE de la institución educativa. Por último, en el marco espacial, se hará referencia a la institución educativa donde se desarrollara la propuesta.

2.1 Marco Teórico

Para el proceso de enseñanza aprendizaje se encontraron varias teorías, de las cuales se referencian aquellas que más se aproximan para la estrategia metodológica, inicialmente se tendrá en cuenta el aprendizaje significativo de David Paul Ausubel (1978) y enseñanza para la comprensión Gardner (1994).

Para Ausubel (1978), en el proceso de enseñanza se establecen relaciones entre sus teorías y sus métodos; en las actividades desarrolladas dentro del aula, donde se tienen en cuenta los factores afectivos, los cognoscitivos y los sociales que allí se desarrollan. Por consiguiente, se deben crear las condiciones de motivación e interés en el alumno para garantizar su proceso en generar su propio conocimiento.

Debido a ello, el docente debe dar la importancia a la preparación y dedicación para proporcionar mejores ambientes de aprendizaje, ser creativos y estar en búsqueda de nuevas estrategias didácticas, que permitan cautivar a nuestros estudiantes, para generar aprendizajes significativos y lograr motivar el interés por el aprendizaje de las matemáticas.

En esta teoría se sustentan las bases de los juegos didácticos, cuando se plantea que la estructura cognitiva que posee el niño tiene una fuerte influencia en el aprendizaje, cuando se relaciona con una información nueva. Al respecto, Rodríguez (2004), cita a Ausubel (1978) quien plantea que el aprendizaje se vuelve significativo al relacionar los contenidos de un modo adecuado y trascendente, con los conocimientos ya adquiridos por el alumno. Es decir, que los contenidos establezcan ideas en las cuales el alumno los referencie en su estructura cognoscitiva, como una representación mental que para él tenga significado, o un concepto o una proposición. Además, determina que hay un puente cognitivo entre el conocimiento ya adquirido y el nuevo conocimiento, y el aprendizaje se da cuando se produce este encuentro; lo que se resalta son los pre saberes en el estudiante y la forma en que estos se reestructuran con su parte cognitiva, adquiriendo un nuevo significado.

La enseñanza para la comprensión, está basada en preguntas, se estima que el niño desde temprana edad construye teorías, establece creencias, formas de cómo funciona el mundo, va construyendo su propio esquema de conceptos, procedimientos que se arraigan en su mente y que no son fáciles de intervenir. Esta teoría tiene raíces con John Dewey y Theodore Sizer, donde afirman que el currículo debe ser construido con preguntas que puedan generar valor o de temas creativos. Gardner & Boix (1994).

Se tendrá en cuenta como definición de comprensión, la capacidad de utilizar los conocimientos con los conceptos y las habilidades para la entender y prever problemas o nuevas situaciones. Gardner (1994).

De esta manera, se tendrá comprensión cuando el estudiante tenga los conceptos, el aplique de forma precisa sin instrucción y pueda llegar a producir más conocimiento. Se dificulta establecer en un individuo la comprensión de un tema en cuestión, por eso es importante las estructuras mentales que el niño se va formando desde temprana edad, sin embargo también construyen estereotipos poderosos, difíciles de superar.

Los seres humanos se hacen preguntas que se pueden agrupar en dominios conceptuales, dichas preguntas se relacionan con etapas de evolución o niveles de desarrollo, e involucran estudiantes, padres de familia y docentes, quienes deben tener preparación para direccionarlas. De esta manera, la comprensión se ve reflejada cuando en un nivel se tiene la orientación para conducir la pregunta en el proceso de adquirir habilidades y disciplinas, en el camino al conocimiento.

Como aproximación a alcanzar la enseñanza para la comprensión se deben tener en cuenta varios aspectos, relacionar la edad del niño con el tipo de preguntas, mantener una disciplina y compromiso, valorar la pregunta, la cual podría ser respondida desde diferentes áreas, de esta manera el estudiante puede llegar a alcanzar el dominio de habilidades básicas y aprender otras disciplinas. Gardner & Boix (1994).

2.2 Marco Conceptual – Disciplinar

Con las teorías que se plantearon, se realiza una articulación de la didáctica teniendo en cuenta el método como uno de sus principales elementos. Se detalla, desde los lineamientos curriculares, el conocimiento básico al cual pertenece el tema de la propuesta. Igualmente, se mencionan los procesos generales de planteamiento y resolución de problemas, la elaboración, la comparación y la ejercitación de procedimientos.

La didáctica tiene en cuenta la cultura, en el proceso enseñanza aprendizaje, entre las relaciones que se establecen entre el docente y el alumno, y luego se complementan con las necesidades sociales a satisfacer. A partir de estas, se establecen tres principios de la didáctica, el primero hace referencia al papel de la escuela en la vida, el segundo, a la educación a través de la instrucción y el tercero, a la formación a través de la comunicación. Se brinda mayor importancia a los materiales didácticos, ya que permiten mediar entre el individuo y el mundo a su alrededor, y la inteligencia que permite darle sentido. El componente que se tendrá en cuenta para desarrollar la didáctica es el método, ya que “es un camino que construye el alumno para alcanzar su objetivo”. Álvarez (1998).

De acuerdo con Vasco (1991), considerado como uno de los pedagogos que ha mostrado interés por la enseñanza de las matemáticas, se ha basado en los lineamientos curriculares, en los estándares de calidad en las competencias y desempeños, en sus escritos hace relación con la forma de distinguir cuando se alcanzan las competencias, ya que solo se puede afirmar, si el desempeño es aceptable para la tarea encomendada. En su estudio hay una brecha grande entre el concepto de número entero y el de número racional ya que sus relaciones no son exactas y se requiere expresar una magnitud relacionándola con otras magnitudes, dando origen a dos situaciones, la primera es que es un medidor y la segunda una razón. Meza (2010).

De acuerdo a los lineamientos curriculares del Ministerio de Educación Nacional, se parte del pensamiento numérico, en el cual una persona requiere de dicho pensamiento para establecer relaciones en el mundo que lo rodea con situaciones de la vida diaria, en la cual intervienen operaciones, formulación, resolución de problemas con la comprensión para relacionarlo con el contexto y efectuar el cálculo necesario, además de tener la capacidad para definir si el resultado es razonable o no razonable. MEN (1998).

También se tiene en cuenta resolución y el planteamiento de problemas, debido a que se considera primordial en el estudio para adquirir conocimiento matemático, cuando los estudiantes resuelven problemas se animan a seguir aprendiendo generando confianza en el aprendizaje y uso de las matemáticas, su capacidad de utilizar otros procesos va aumentando y su nivel también. Se hace especial reconocimiento a la resolución de problemas para el aprendizaje de las matemáticas donde se propone considerar los siguientes aspectos: formulación de problemas no solo en matemáticas, sino en forma interdisciplinar, solución y aplicación de habilidades en la resolución de problemas, comprobación e interpretación de resultados de acuerdo a las condiciones de un problema, y aplicación en otras situaciones para adquirir la confianza en la comprensión de las matemáticas. NCTM (1989).

Para la competencia que tiene que ver con resolver problemas en matemáticas se hallan varias propuestas, entre las que se tiene en cuenta la del investigador Polya (1969), en la cual encontrar solución a un problema es hallar el camino donde antes no se había visualizado, la forma de encontrar algo que sirva para salir de una situación, haciendo uso de los medios más apropiados.

Por último se considera la elaboración, la comparación y la ejercitación de procedimientos, con estos se busca que el estudiante razone, elabore, comunique con lenguaje matemático, realice los cálculos de forma correcta, que siga instrucciones, que efectúe mediciones de longitudes, áreas y volúmenes y que ejecute procedimientos secuenciales de acuerdo al proceso. Lo anterior, conduce al trabajo en el desarrollo en habilidades comunicativas unido a los medios que conducen un mensaje, que deje huella en los estudiantes, que despierte el interés, la sensibilidad y que desencadene en una mejor actitud y creatividad, de esta manera se procede a actuar. Álvarez (1998).

Las estrategias metodológicas son acciones que realiza el maestro teniendo como objetivo facilitar la formación y el aprendizaje, para alcanzar en forma adecuada los objetivos, fomentando las capacidades de los estudiantes. Se trabajara potenciar el trabajo colaborativo en grupos de aprendizaje.

En el documento de Conexiones en Colombia aprende de trabajo colaborativo/cooperativo (2008), se referencia que los términos de aprendizaje cooperativo y colaborativo, son utilizados de igual forma, en el primero se tiene en cuenta el cumplimiento de una labor específica, mientras que el colaborativo hace referencia al desarrollo cognitivo del individuo, considerando a cada uno en el contexto grupal. Se hace referencia a las teorías de Piaget y Vygotsky. En cuanto la teoría de Piaget, ya que los participantes deben interactuar, y esta comunicación permite un estímulo cognitivo, también en resolución de problemas, ya que al participar hay una organización del pensamiento.

Teniendo en cuenta la teoría de Vygotsky, donde “hay un nexo entre la interacción social y el desarrollo cognitivo del individuo”, llamada zona de desarrollo próximo. Además, al realizar un trabajo entre pares, es posible que más adelante el individuo lo pueda realizar solo.

Para Roselli (2011), relaciona el A.C como: “La Teoría del AC es la expresión más representativa del socio constructivismo educativo. En realidad no es una teoría unitaria sino un conjunto de líneas teóricas que resaltan el valor constructivo de la interacción socio cognitiva y de la coordinación entre aprendices”. Incluye la corriente tradicional del aprendizaje cooperativo (Slavin, 1999; Johnson & Johnson, 1999). Lo que se resalta es el aprendizaje en forma colectiva, teniendo en cuenta al individuo como un ser social, que necesita relacionarse con otros, de esta manera se genera confianza y su parte cognitiva se puede activar para la formación de nuevos aprendizajes.

De acuerdo con Jhonson&Jhonson (1999). “La cooperación consiste en trabajar juntos para alcanzar objetivos comunes”, esto se logra con grupos reducidos para maximizar el aprendizaje de cada uno, la responsabilidad es de todos y cada uno de los miembros ya que el objetivo es un bien individual y colectivo.

En cuanto Bozzano, P (2013), se enfoca en la búsqueda de prácticas pedagógicas de cooperación para que se produzca un aprendizaje en matemáticas, utilizando la teoría de Van Hiele. En el cual se concluye, hay protagonismo en el estudiante en su propio proceso de aprendizaje con motivación y satisfacción, donde se alcanzan los logros cognitivos y sociales que se esperan.

2.3 Marco Legal

Se presenta un normograma donde se plasma los artículos donde la propuesta está enmarcada en: Constitución política de Colombia, ley general de educación, decreto 1290 de 2009 y el SIE de la Institución Educativa Maestro Arenas Betancur.

Tabla 1 Normograma

Ley, norma, decreto, comunicado, resolución, Documento rector, entre otros.	Texto de la norma	Contexto de la norma
La Constitución Política de Colombia de 1991.	<p>Artículo 67: “La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social...”</p> <p>Artículo 68: “...la comunidad educativa participará en la dirección de las instituciones de educación...”</p> <p>Artículo 70: “El Estado tiene el deber de promover y fomentar el acceso a la cultura de todos los Colombianos...”</p> <p>Artículo 71: “La búsqueda del conocimiento y la expresión artística son libres. Los planes...”</p>	<p>En la propuesta didáctica se busca potenciar el conocimiento para mejorar la educación de los estudiantes.</p> <p>En el proceso de enseñanza, se busca que el docente tenga una preparación idónea, continua y creativa.</p> <p>El estado promueve la igualdad por medio de educación y enseñanza en todas las etapas, para fomentar la cultura.</p> <p>Fomentar la ciencia e investigación en pro de mejorar los conocimientos que se adquieren.</p>
La Ley General de Educación. Ley 115 de 1994.	<p>Artículo 1: “La educación es un proceso de formación permanente, personal, cultural y social...”</p> <p>Artículo 5: “...la educación se desarrollará atendiendo a los siguientes fines...”</p> <p>Artículo 92: “La educación debe favorecer el pleno desarrollo de la personalidad del educando...”</p>	<p>Con la propuesta planteada se busca facilitar el aprendizaje con procesos de formación permanente.</p> <p>En el desarrollo de la propuesta se tendrá en cuenta no solo la adquisición de nuevos conocimientos, desarrollo de una actividad crítica sino también contribuir a la formación de respeto por la vida, la participación, entre otros.</p> <p>La formación de los estudiantes ha de ser integral, con valores, que contribuyan a un bienestar social.</p>
Decreto 1290 de 2009	<p>Artículo 4: “El sistema de evaluación institucional de los estudiantes...”</p> <p>Artículo 5: “Cada establecimiento educativo definirá y adoptará su escala...”</p> <p>Artículo 6: “Cada establecimiento educativo determinará los criterios de promoción...”</p> <p>Artículo 12: “El estudiante, para el mejor desarrollo de su proceso formativo, tiene derecho a...”</p> <p>Artículo 13: “El estudiante, para el mejor desarrollo de su proceso formativo, debe...”</p>	<p>En este decreto se da autonomía a cada institución en el sistema de evaluación, donde se establece la escala de valoración y criterios de evaluación. También hace énfasis en el compromiso del estudiante en cuanto seguir las instrucciones en el proceso de formación.</p>
SIE de la Institución Educativa Maestro Arenas Betancur (Sistema institucional de evaluación)	<p>Artículo 1: “El enfoque de formación por competencias asume al estudiante como el centro del aprendizaje, lo invita a responsabilizarse...”</p> <p>Artículo 2: “...reglamenta la evaluación del aprendizaje y la promoción de los estudiantes...”</p>	<p>El SIE es direccionado con el decreto 1290 de 2009, donde la Institución Educativa plasma la forma de evaluar con el fin de mejorar los desempeños de los estudiantes. Al igual la propuesta didáctica proyecta este mismo objetivo de mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje en el tema propuesto.</p>

2.4 Marco espacial

La Institución Educativa Maestro Arenas Betancur, tiene un enfoque de formación por competencias, asume al estudiante como el centro del aprendizaje, lo invita a responsabilizarse de su proceso, sus objetivos y los resultados que debe alcanzar para mejorar su desempeño, aprovechando al máximo sus capacidades; con el fin de dar una respuesta adecuada a las diversas situaciones y problemas relacionados con la vida, el trabajo y la sociedad.

Se encuentra ubicada en la comuna 05 del barrio Castilla Calle 98 A No 65 – 120 del municipio de Medellín. La población está ubicada mayoritariamente entre los estratos socio-económicos 2 y 3, con dificultades para garantizar los recursos económicos suficientes que les permitan atender las necesidades básicas de todos los miembros de la familia, en un alto porcentaje, las personas de la comunidad, están dedicadas a oficios informales y esto genera una movilidad significativa entre la población estudiantil.

La institución educativa tiene dos sedes, Maestro Arenas Betancur y Municipal Castilla. En la primera se cuenta con grados desde preescolar hasta tercero de primaria en las jornadas mañana y tarde. En la segunda, desde cuarto de primaria hasta séptimo grado en la jornada de la tarde y del grado octavo hasta once en la jornada de la mañana. La institución además cuenta con el aula de apoyo, donde se trabaja la inclusión.

3. Diseño Metodológico: Investigación aplicada.

En el diseño metodológico se hará una breve descripción del paradigma crítico social, se relacionará el tipo de investigación y el método, el instrumento de recolección de información, la población, la muestra, la delimitación, el alcance y el cronograma de actividades.

3.1 Paradigma crítico – Social

La maestría en enseñanza de las ciencias exactas y naturales se estableció con carácter de profundización y tiene en cuenta el paradigma socio crítico donde se establecen transformaciones sociales y permite la auto-reflexión crítica. En dicho paradigma, la educación tiene un carácter histórico con relaciones permanentes. Pretende integrar la teoría y la práctica con el fin de generar un cambio en la actividad educativa.

3.2 Tipo de investigación y Método

Esta estrategia se enmarca en el modelo investigación – acción y busca comprender el concepto de los números fraccionarios con los estudiantes en diferentes situaciones o espacios que requieran de su utilización.

De acuerdo con Hernández (2014), el enfoque de investigación cualitativo, utiliza varios procesos, entre los cuales se encuentra el inductivo, donde se ofrecen unas bondades como: profundidad de significados, amplitud, riqueza interpretativa y contextualiza el fenómeno.

Dentro de mi propuesta se aplicara este método, para establecer relaciones con las diferentes características en el proceso de investigación que será el inductivo, ya que permite un camino de lo particular a lo general. Donde el aula se vuelve el espacio donde se desarrollan las relaciones sociales y el docente debe tener una postura exploratoria, utilizando métodos flexibles.

3.3 Instrumento de recolección de información

Para la recolección de la información se tendrán en cuenta fuentes primarias y secundarias, en las primarias se realizará una prueba diagnóstica, entrevistas, pruebas que permitan identificar las falencias que se presentan en la enseñanza de los números fraccionarios, se tendrá en cuenta tanto lo cognitivo como lo actitudinal. Cuestionarios y pruebas para identificar el avance durante la aplicación de la estrategia y por último una prueba que permita identificar la apropiación de los conceptos que se plantearon desde el inicio. Y en las secundarias, se realizará una revisión bibliográfica donde se trabaje los diferentes métodos acerca de la enseñanza de los números fraccionarios, los lineamientos, estándares curriculares y el plan de área de la institución educativa.

3.4 Población y Muestra

En la estrategia metodológica se tendrá como población a los estudiantes de la Institución Educativa Maestro Arenas Betancur y para la aplicación se tomará como muestra a los estudiantes del grado noveno tres, dichos estudiantes se encuentran con edades entre 13 y 17 años.

3.5 Delimitación y Alcance

La delimitación y alcance es diseñar una estrategia metodológica que permita establecer relaciones de enseñanza aprendizaje de los números fraccionarios, la forma de representarlos y las operaciones de suma y resta que se establecen entre ellos, teniendo en cuenta la representación, resolución y planteamiento de problemas en el grado noveno tres de la I. E. Maestro Arenas Betancur.

3.6 Cronograma

Tabla 2 Planificación de actividades

FASE	OBJETIVOS	ACTIVIDADES
Fase 1: Caracterización	<p>Identificar las dificultades relacionadas con la enseñanza de los números fraccionarios a través de una prueba diagnóstica.</p> <p>Analizar los resultados de la prueba diagnóstica, mediante una matriz de resultados, que sirva como insumo para plantear la estrategia metodológica.</p> <p>Revisar la fundamentación teórica relacionada con el método como componente de la didáctica que soporte la propuesta de la estrategia metodológica.</p>	<p>1.1 Diseño y aplicación de una prueba diagnóstica para identificar las dificultades en la comprensión de los números fraccionarios.</p> <p>1.2 Análisis de resultados de la prueba diagnóstica con el fin de identificar los conceptos previos de los estudiantes</p> <p>1.3 Revisión bibliográfica de referentes encaminados a soportar cual estrategia metodológica AC sirve de fundamento para la enseñanza de los números fraccionarios.</p>
Fase 2: Diseño	Diseñar una estrategia metodológica a partir de los resultados del diagnóstico y de la fundamentación teórica que contribuya para la enseñanza de los números fraccionarios.	<p>2.1 Diseño de actividades que motiven el proceso enseñanza – aprendizaje con apoyo virtual y la conformación de equipos de trabajo.</p> <p>2.2 Diseño, construcción de actividades, estrategia AC para el trabajo en equipo.</p> <p>2.3</p>
Fase 3: Intervención en el aula	Intervenir la práctica docente, para potenciar un aprendizaje significativo en la comprensión, resolución y planteamiento de problemas utilizando los números fraccionarios.	<p>3.1 Intervención de la estrategia metodológica que potencie un aprendizaje significativo.</p> <p>3.2 Organización y análisis de los resultados de la intervención de la estrategia metodológica.</p>
Fase 4: Evaluación	Evaluar el impacto generado en los estudiantes y su incidencia en los procesos de enseñanza aprendizaje, con la implementación de la estrategia metodológica propuesta.	<p>4.1 Aplicación una prueba final para contrastar el proceso a partir del diagnóstico y la intervención.</p> <p>4.2 Realizar los análisis de los resultados obtenidos con la prueba final.</p>
Fase 5: Conclusiones y recomendaciones	Precisar el alcance de los objetivos específicos descritos en la propuesta y determinar su implementación.	5.1 Elaborar las conclusiones y recomendaciones que se deducen a partir de los objetivos establecidos en el trabajo final.

4. Trabajo Final

El desarrollo del trabajo final cuenta con cinco fases en las cuales se desarrolla los objetivos planteados, estas son: caracterización, diseño, intervención en el aula, evaluación y por último conclusiones y recomendaciones. Las fases cumplen con los objetivos, los cuales se detallan con las actividades planteadas.

4.1 Caracterización

4.1.1 Prueba diagnóstica

La prueba diagnóstica que se aplica los estudiantes del grado 9°3, es con el fin de evaluar la capacidad en la comprensión, resolución y planteamiento de problemas utilizando los números fraccionarios, en el componente numérico variacional. Para dar cumplimiento a ello, se realizó un test, con 12 ítems, que contiene los siguientes aspectos:

- Identificación y comprensión de las formas de expresar una fracción.
- Comprensión en el orden de las fracciones.
- Representación y resolución de problemas, a partir de una situación dada.

De acuerdo a los lineamientos curriculares en conocimientos básicos en cuanto pensamiento numérico y sistemas numéricos, donde según Micintosh (1992), el pensamiento numérico se refiere a la comprensión general que tiene una persona sobre los números, las operaciones entre ellos y las habilidades para comprender su aplicación y la utilización en procesar e interpretar información. Este pensamiento va evolucionando en el proceso de aprendizaje del alumno al usarlo en contextos significativos.

Para lo cual se considera tres aspectos, sobre los cuales se desarrolla pensamiento numérico:

- Comprensión de los números y la numeración
- Comprensión del concepto de las operaciones
- Comprensión de las operaciones entre el contexto del problema y el cálculo necesario.

La prueba se estructura de acuerdo a: Componente numérico variacional y las competencias: Comunicación, representación y modelación; razonamiento y argumentación; y planteamiento y resolución de problemas. Está compuesto de 12 ítems, distribuidos así:

Un ítem para que el estudiante identifique la clasificación de las fracciones como propias, enteras e impropias.

Un ítem que evalúa el concepto de orden de las fracciones.

Cuatro ítems donde se indaga la comprensión parte – todo.

Un ítem donde se indaga sobre las fracciones equivalentes.

Un ítem donde se rastrea el uso y la comprensión de las operaciones entre fracciones.

Cuatro ítems donde se pretende evaluar el planteamiento y resolución de problemas.

Lo que se pretende al evaluar estos ítems, es identificar las fortalezas y dificultades que presentan los estudiantes con la forma de solucionarlos, solo se utiliza una pregunta con selección múltiple, las demás son preguntas abiertas, para identificar los procesos que ellos mismos plantean en la resolución de cada uno de ellos.

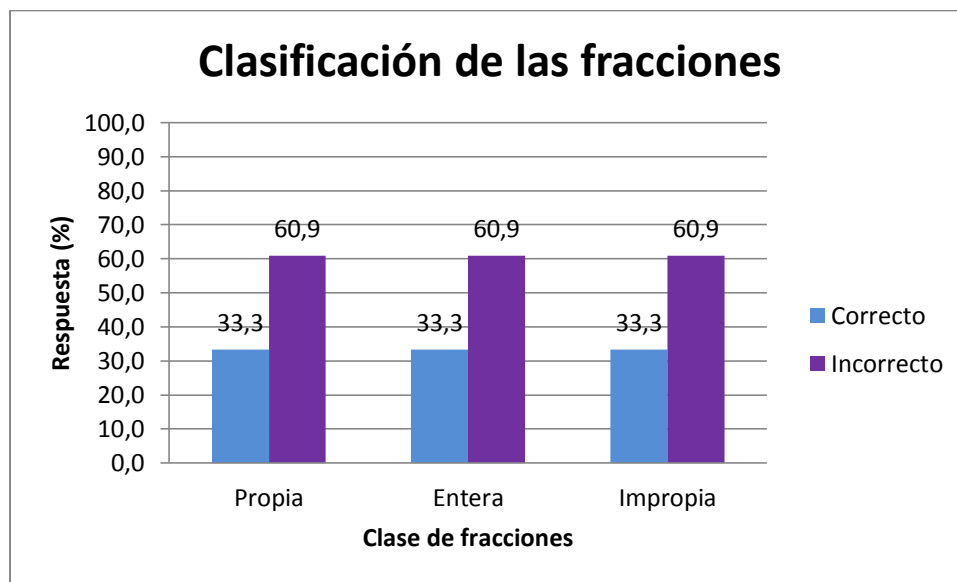
4.1.2 Análisis de resultados de la prueba diagnóstica

Dicha prueba se aplicó a 23 estudiantes del grado 9^o3, para determinar también el nivel de desarrollo de las competencias: Comunicación, representación y modelación; Razonamiento y argumentación; y planteamiento y resolución de problemas.

Para el análisis de los resultados se utiliza el método cualitativo, en el cual describe los resultados de cada uno de los puntos de la prueba (Ver ANEXO A).

En el ítem 1, se procura identificar el concepto de fracción propia, entera e impropia, la cual puede contribuir en la apropiación del concepto para su posterior representación.

Figura 1 Gráfico primera pregunta



Los resultados arrojan un 33.3% en cada uno de los tres ejercicios propuestos, sólo un estudiante (4,3%) contestó acertadamente todas las fracciones presentadas. Además, tanto en la respuesta del numeral b, como en los numerales a y c al mismo tiempo, se encontró que 8 estudiantes (34.8%) contestaron acertadamente y 14 estudiantes (60.9%) contestaron incorrectamente.

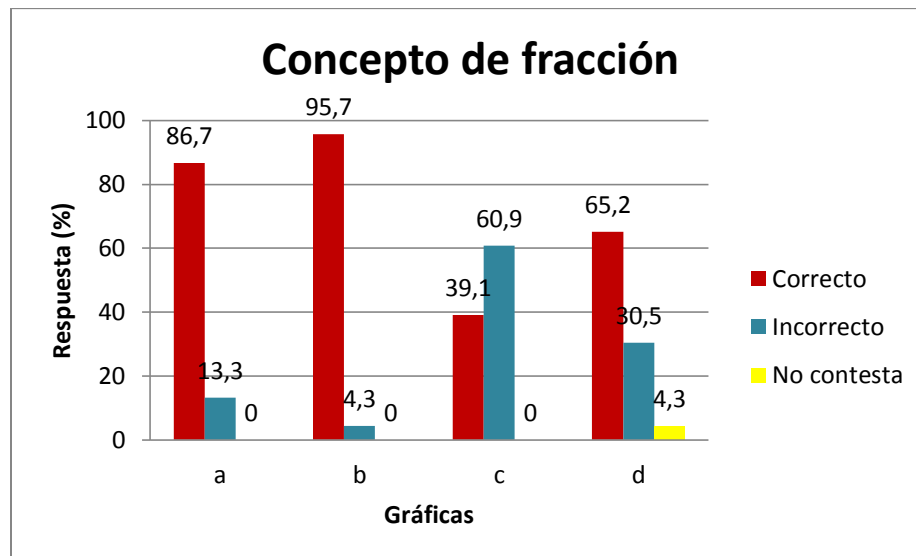
En el ítem 2, se busca que el estudiante identificara el orden en diferentes fracciones que se presentan, es importante la ubicación en la recta numérica e identificar las diferentes posiciones en ella. Se tiene que solo 2 estudiantes (8,7%) acertaron en la respuesta, 5 estudiantes (21,7%) respondieron en orden diferente de mayor a menor, se estima que se presenta una concepción diferente en cuanto al concepto de orden.

Dos estudiantes (8.7%) cambian el orden de los dos primeros números negativos, lo que lleva a pensar que se dificulta el concepto de número negativo.

Se observa que 7 estudiantes (30.4%) se guían por el orden de los números teniendo en cuenta el numerador sin importar el signo.

En el ítem 3, se busca identificar en el estudiante el concepto de fracción en una representación gráfica, obteniendo los siguientes resultados:

Figura 2 Gráfico tercera pregunta



En la figura del ítem 3.a, 20 estudiantes (86.7%) contestaron acertadamente; en la figura del ítem 3.b, 22 estudiantes (95.5%) contestaron correctamente, Estas dos figuras son homogéneas y permiten mayor claridad en su representación, además se puede pensar que estas figuras han sido más utilizadas por profesores y por eso son de mayor recordación.

En la figura del ítem 3.c, se tiene que 9 estudiantes (39.1%) acertaron en la respuesta, como la figura está en cuadrícula se puede dificultar la formación mental de nuevas figuras; y en la figura del ítem 3.d, 15 estudiantes (65.2%) contestaron de forma correcta y un estudiante (4.3%) no contesta, en esta última figura se puede dificultar la abstracción debido a que no es un polígono regular, sino que tiene forma irregular.

En conclusión de este ítem, se tiene que 8 estudiantes (34.8%) contestaron correctamente todas las figuras, sólo un estudiante (4.3%) contestó en forma errónea todas las figuras y dos estudiantes (8.7%) contestaron en forma acertada solo la figura del ítem 3.b y las otras figuras no.

En el ítem 4, se pretende que el estudiante identificara la parte – todo en un conjunto de objetos, donde se encontró que 19 estudiantes (82.6%) contestaron correctamente, 3 estudiantes (13%) cambiaron el orden número del numerador y número del denominador y un solo estudiante (4.3%) colocó la cantidad de bolas del color pedido en el numerador y las restantes en el denominador.

Para observar la representación de un número racional en la recta numérica, se trabaja el ítem 5, así: en el numeral 5.a solo un estudiante (4.3%) contesta acertadamente, 8 estudiantes (34.8%) relacionan los dos números de la fracción con los correspondientes en la recta numérica.

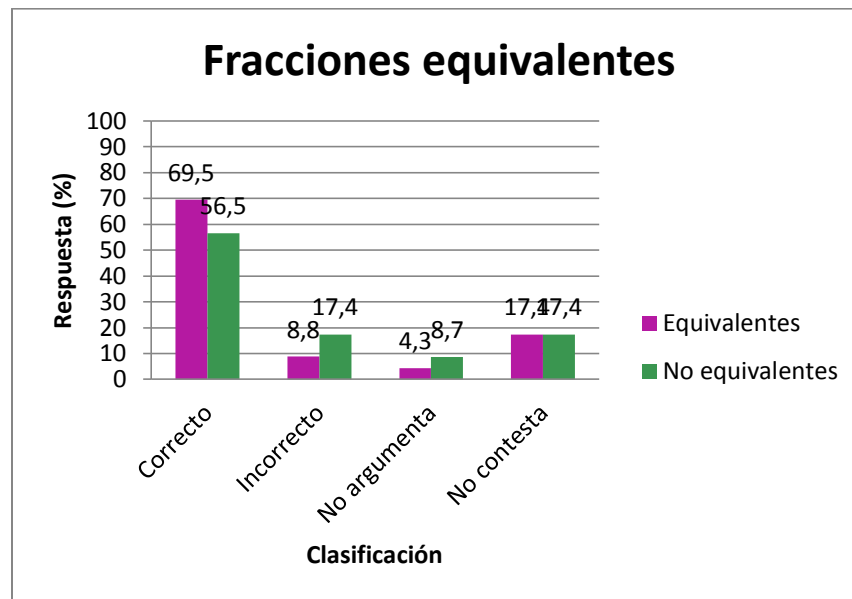
En el numeral 5.b un estudiante (4.3%) contesta correctamente, 7 estudiantes (30.4%) relacionan los dos números de la fracción con los correspondientes en la recta numérica.

En este ítem se nota gran falencia de los estudiantes frente a la representación de los números fraccionarios en la recta numérica.

En el ítem 6, se pretende que el estudiante identifique en la figura la fracción pedida, se observa que tanto el numeral 6.a como el 6.b, los 23 estudiantes (100%), contestan acertadamente. Presentando un buen dominio de relacionar el polígono regular con las fracciones pedidas.

En el ítem 7, se indaga sobre el concepto de fracciones equivalentes:

Figura 3 Gráfico séptima pregunta

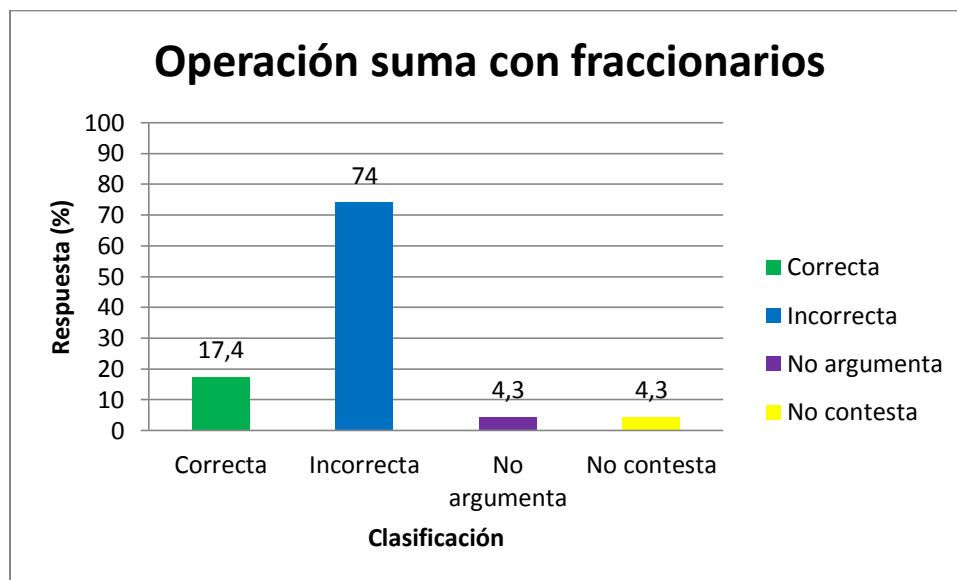


Se observa que 16 de los estudiantes (69.5%) en el numeral 7.a, contestan correctamente, un estudiante (4.3%) no argumenta y no contestan 4 estudiantes (17.4%).

En el numeral 7.b, 13 estudiantes (53.5%) contestan correctamente y 2 estudiantes (8.7%) no argumentan la respuesta y no contestan 4 estudiantes (17.4%).

En el ítem 8, pregunta de selección múltiple, se evalúa la operación de suma de números racionales, se emplea selección múltiple, la respuesta correcta es la b, y 4 estudiantes (17.4%) la resuelven acertadamente y un estudiante (4.3%) responde correctamente pero sin proceso.

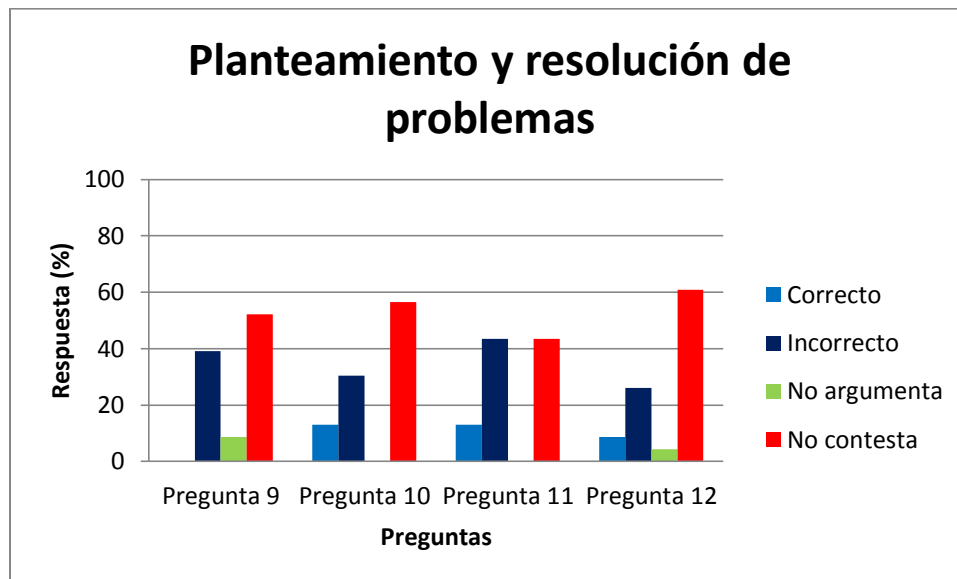
Figura 4 Gráfico octava pregunta



Un estudiante (4.3%) responde el literal a y sin proceso. El literal c, solo un estudiante (4.3%) responde con proceso erróneo y el literal d, lo responden 2 estudiantes (8.7%) con proceso equivocado, sumando en forma directa los numeradores y denominadores y así mismo lo escriben como fracción, y 13 estudiantes (56.5%) responden pero no realizan el proceso respectivo. Un estudiante (4.3%) no contesta a esta pregunta. Se observa que la mayoría de los estudiantes presentan falencia en operaciones con números fraccionarios.

Los ítems de 9 a 12, hacen referencia al planteamiento y resolución de problemas.

Figura 5 Gráfico preguntas 9 a 12



Para el ítem 9: 2 estudiantes (8.7%) lo realizan, pero les falta simplificar. 12 estudiantes (52.2%) no realizan proceso.

En el ítem 10: 3 estudiantes (13%) realizan acertadamente el proceso y 13 estudiantes (56.5%) no lo resuelven.

En el ítem 11: lo resuelven acertadamente 3 estudiantes (13%) utilizando gráficos, y 10 estudiantes (43.5%) no hacen proceso alguno.

En el ítem 12: Realizan bien el proceso para llegar a la respuesta correcta 2 estudiantes (8.7%), un estudiante (4.3%) hace proceso, pero no concluye y 14 estudiantes (60.9%) no lo realizan.

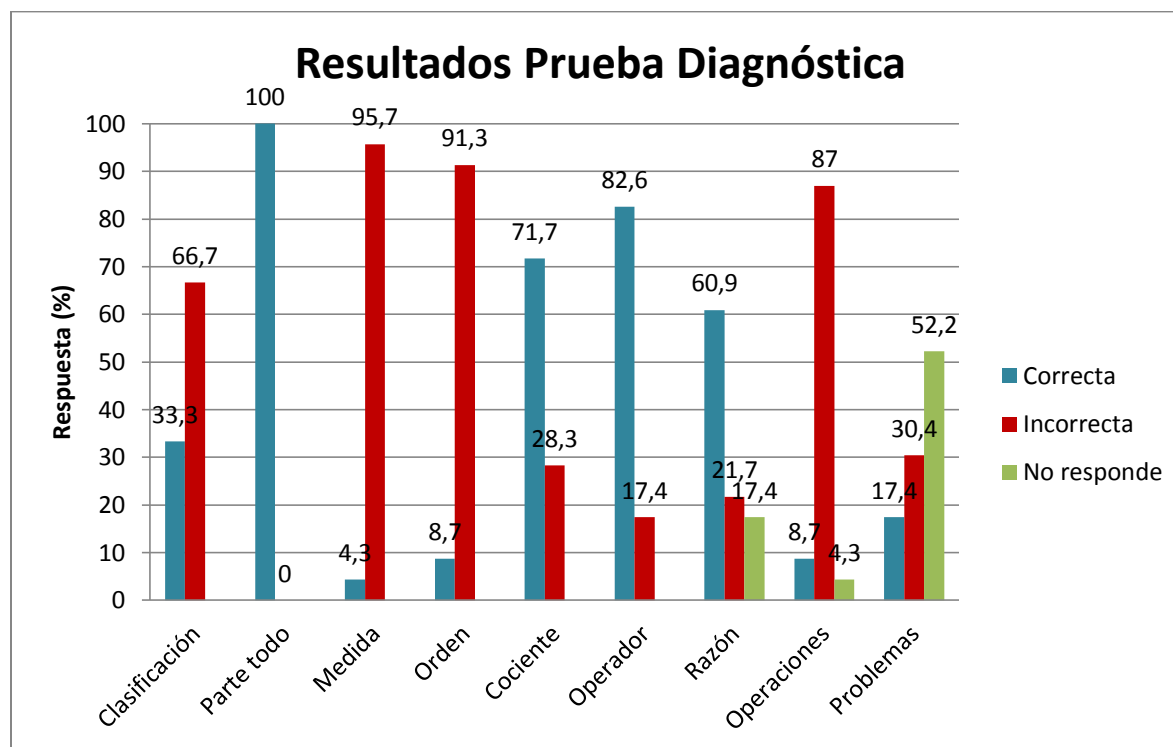
De acuerdo a estos cuatro últimos ítems, se evidencia la dificultad que tienen los estudiantes en la competencia de planteamiento y resolución de problemas, luego el objetivo planteado tiene su fundamento para la propuesta de estrategia metodológica que se pretende aplicar.

A continuación se presenta una tabla y una gráfica, en la cual se resume los resultados de la prueba diagnóstica en porcentaje, por tema evaluado, la cual será comparada con la prueba final, luego de la intervención de la estrategia metodológica que se propone.

Tabla 4 Resultados de la prueba diagnóstica

Respuesta Datos en %	Clasificación	Parte todo	Medida	Orden	Cociente	Operador	Razón	Operacione s	Problema s
Correcta	33.3	100	4.3	8.7	71.7	82.6	60.9	8.7	17.4
Incorrecta	66.7	0	95.7	91.3	28.3	17.4	21.7	87	30.4
No responde							17.4	4.3	52.2

Figura 6 Gráfico resultados prueba diagnóstica



4.1.3 Rastreo bibliográfico

En el tercer objetivo de la fase se encuentra revisar la fundamentación teórica relacionada con el método como componente de la didáctica que soporte la propuesta de la estrategia metodológica. Para dar cumplimiento, se realiza un rastreo sobre el AC, la cual moviliza aprendizajes entre pares y es muy importante cuando tenemos estudiantes con barreras para el aprendizaje, según Vigotsky “la zona de desarrollo próximo se moviliza más fácil con el aprendizaje colaborativo”.

De acuerdo a Roselli (2010), “el AC es la expresión más representativa del socio constructivismo educativo, en la cual se tiene en cuenta la interacción socio cognitiva y de la interacción entre aprendices”, permitiendo la relación entre pares, se descentraliza el proceso cognitivo del sujeto y por consiguiente el progreso intelectual. Es así como el sujeto a partir de la socialización de saberes hace posible el cambio de sus propios esquemas. Se hace importante resaltar el papel individual frente al entorno socio cultural. La teoría del AC tiene en cuenta el individuo desde su propia cognición y las relaciones que establece con otros para dar un significado al aprendizaje donde se construye una real intersubjetividad, a partir de los progresos cognitivos individuales. También, se tiene en cuenta los roles y el desarrollo de actividades. De allí que el conocimiento se va dando de acuerdo a las apreciaciones de cada uno de los integrantes potenciando el aprendizaje.

Labrador (2011), afirma que el AC, está direccionado a que todos los integrantes colaboren para obtener un fin común, si uno de ellos no lo cumple, o se vuelve sólo espectador, entonces no se está llevando a cabo dicho AC. Y plantea las siguientes características fundamentales de los grupos colaborativos:

- Responsabilidad individual y grupal, de tal forma que su productividad depende del esfuerzo de todos y, consecuentemente, del logro de los objetivos grupales (interdependencia positiva).

- Para alcanzar objetivos grupales es necesario que cada uno de los miembros del grupo alcance los suyos.
- Compartir, ayudar, confiar, respetar, apoyar, escuchar, etc. son algunas de las pautas esenciales de los equipos de trabajo junto al compromiso de alcanzar el éxito.
- Llegar a un sentimiento de equipo como un todo, no como la suma de los miembros que lo integran (sinergia grupal).
- Evaluación grupal.

Complementando lo anterior, Labrador (2011) cita a (Grennon y Brooks, 1999), acerca del aprendizaje a través de problemas, quien tiene origen en el constructivismo, donde se busca ayudar a los estudiantes a internalizar, reacomodar, o transformar la información nueva. Dicha transformación ocurre a través de la creación de nuevos aprendizajes y esto resulta del surgimiento de nuevas estructuras cognitivas. El enfrentarse al análisis y solución de un problema permite la interacción grupal, éste se divide en dos fases: resolver el problema y evaluar las soluciones permitiendo el desarrollo de competencias de pensamiento.

Sumado a lo anterior también se tendrá en cuenta los procesos básicos del pensamiento, comparación, relación, clasificación y relaciones de orden.

4.2 Estructura de la estrategia metodológica

El propósito es plantear una estrategia metodológica, teniendo como base los resultados de la prueba diagnóstica, la revisión bibliográfica sobre el AC y el método como componente de la didáctica.

El planteamiento de la estrategia metodológica, parte del aprendizaje colaborativo (AC), aplicando actividades de resolución de problemas y el planteamiento de los procesos

básicos del pensamiento, como otro elemento a tener en cuenta en las diferentes fases a aplicar y las actividades a desarrollar.

Collazos (2016) cita a Jonhson (1998). Con relación a que en el AC, el docente anima a sus estudiantes a utilizar el conocimiento propio, a compartirlo junto con su propia forma de aprender y sus estrategias, porque lo que se busca es un bien común. Se debe considerar además, respeto, capacidad de soportar la crítica y alcanzar diálogos entre pares sin prejuicios, de carácter crítico y significativo.

4.2.1 Descripción de la estrategia metodológica

El Objetivo es potenciar en el estudiante el pensamiento numérico variacional, utilizando el AC y el método para la comprensión en el aprendizaje y uso de los números fraccionarios.

El contenido de la estrategia metodológica, se presenta en cinco sesiones: (Ver ANEXO 7.2). Además, para la realización de las sesiones se tiene en cuenta actividades con apoyo virtual, utilizando la plataforma Moodle de la Universidad Nacional, ingresando con el siguiente enlace: <http://maescentics2.medellin.unal.edu.co/~gjarcilah/moodle/login/index.php>

Sesión 1: Cultura e historia de las Matemáticas.

Se plantea utilizar un video y una lectura sobre la historia de las matemáticas. Luego los estudiantes realizan un cuestionario donde se exprese lo aprendido, con el fin de que ellos enriquezcan sus conocimientos previos.

Sesión 2. Motivación, estructura de grupos de trabajo e indagar sobre los conceptos previos que tienen los estudiantes y conceptualizar sobre los diferentes conceptos de fracción: relación parte – todo, medida, cociente, razón, operador.

Se expondrán las reglas del juego en el AC, el seguimiento y cumplimiento de ellas. Se realizaran actividades que tienen en cuenta el AC y los medios como estrategia

didáctica, donde se permite que los estudiantes adquieran a partir de sus aprendizajes anteriores (aprendizaje significativo), el concepto de fracción, desarrollando el pensamiento numérico.

Sesión 3: Representación y Operaciones con números racionales. Teniendo en cuenta los estándares y lineamientos curriculares relacionados con el pensamiento numérico, se trabaja la representación de las fracciones en la recta numérica y utilizando polígonos o figuras establecidas. Además, se mostrará la manera de realizar las operaciones con números fraccionarios. Posteriormente, en los grupos de trabajo ya establecidos, se desarrollaran una serie de ejercicios, relacionados con el tema desarrollado.

Sesión 4: Situaciones problema. Con el aprendizaje de las sesiones anteriores, se plantearan y resolverán varias situaciones problema en las que intervienen los números fraccionarios. Luego, en los equipos de trabajo, resolverán situaciones problema en contexto, las cuales se socializaran por un integrante del equipo.

Sesión 5. Evaluación. Se diseña una prueba final para determinar el desarrollo de las competencias: comunicación, razonamiento y resolución de problemas, relacionados con los números fraccionarios.

De acuerdo a los lineamientos curriculares del Ministerio de Educación Nacional, se parte del pensamiento numérico, igualmente, se tienen en cuenta los procesos generales de planteamiento y resolución de problemas, la elaboración, la comparación y la ejercitación de procedimientos MEN (1998).

En la siguiente tabla se muestran los estándares sugeridos por el MEN, que fueron utilizados en la estrategia metodológica, se tuvo en cuenta tanto el ciclo 6^o – 7^o, como el de 8^o - 9^o.

Tabla 5 Estándares

Pensamiento numérico y sistemas numéricos.
<ul style="list-style-type: none"> * Utilizo números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida. * Justifico la extensión de la representación polinomial decimal usual de los números naturales a la representación decimal usual de los números racionales, utilizando las propiedades del sistema de numeración decimal. * Utilizo números reales en sus diferentes representaciones y en diversos contextos. * Resuelvo problemas y simplifico cálculos usando propiedades y relaciones de los números reales y de las relaciones y operaciones entre ellos.
Pensamiento espacial y sistemas geométricos.
<ul style="list-style-type: none"> * Uso representaciones geométricas para resolver y formular problemas en las matemáticas y en otras disciplinas.
Pensamiento métrico y sistemas de medidas:
<ul style="list-style-type: none"> * Calculo áreas y volúmenes a través de composición y descomposición de figuras y cuerpos.
Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.
<ul style="list-style-type: none"> * Describo y represento situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas).

4.2.2 Estructura general de la estrategia metodológica

La propuesta se fundamenta en cinco sesiones, descritas a continuación:

Sesión 1: Cultura e historia de las Matemáticas. (2 horas)

Sesión 2. Motivación y estructura de grupos de trabajo. (6 horas)

Sesión 3: Representación y Operaciones con números racionales. (6 horas)

Sesión 4: Situaciones problema. (4 horas)

Sesión 5. Evaluación. (2 horas)

En el AC, se deben tener en cuenta unos momentos que permitan un proceso en el aprendizaje significativo, las cuales serán aplicadas a partir de la sesión 2:

Momento 1: activación de conocimientos previos y orientación hacia la tarea.

Momento 2: presentación de los contenidos.

Momento 3: procesamiento de la nueva información.

Momento 4: recapitulación y cierre.

Cada sesión tendrá una guía de seguimiento, se considera una estrategia AC presentada en el texto Qué – Por qué – Para qué – Cómo, Aprendizaje cooperativo, material elaborado por Laboratorio de innovación educativa, planteada para el momento 1, llamada: Plantear el trabajo que se va a realizar, con adaptaciones propias, con el fin de evaluar cada la sesión. Se pone en común a todos los integrantes del grupo y los resultados podrían ser el punto de partida para establecer como inicio en el próximo encuentro.

4.2.3 Metodología de trabajo en clase

La metodología a utilizar a partir de la sesión 2, consiste en organizar a los estudiantes en equipos de trabajo con el fin de alcanzar objetivos comunes, en forma activa, interactiva y autónoma que es la base primordial del AC, todos deben trabajar juntos en forma cooperativa, evitando la competencia y el individualismo.

- Conformación de los grupos heterogéneos, teniendo en cuenta el criterio de Johnson & Johnson (1994), cada estudiante debe escribir en un papel el nombre de tres compañeros con los que le gustaría trabajar, luego, se observa quienes son los estudiantes más aislados y quienes tienen más elecciones. De acuerdo a estos resultados, el docente organizara los equipos teniendo en cuenta uno de

éstos de alto riesgo (aislados) con aquellos más elegidos, con el fin de permitir mayor iteración y participación de los primeros, ayudando a establecer mejores relaciones interpersonales positivas, que conduce a un mayor aprendizaje. Y luego puede agregar otro estudiante que nivele cada grupo conformado. Luego, se establecen los roles, esta es una práctica bastante interesante para permitir el trabajo en grupo, para que los integrantes no asuman una posición dominante o pasiva. En este caso se emplearán fichas para el trabajo con roles, la repartición se puede realizar en forma directa del docente hacia el estudiante o al azar, muchas veces resulta recomendable hacer rotación de roles, en el desarrollo de las actividades se tendrán en cuenta estas opciones.

Luego de cada actividad, el equipo debe realizar una autoevaluación, lo que se hizo bien, lo que deben mejorar, metas y compromisos.

- Buena disposición en el aula, separar los grupos de trabajo para evitar interferencia entre ellos, establecer mecanismos de diferenciación en los puntos de trabajo.
- Socialización de trabajos realizados anteriormente, explicación de la nueva actividad y entrega de material.

Para el desarrollo de la estrategia, se consideran los momentos en cada actividad, de la siguiente forma:

Momento 1: activación de conocimientos previos y orientación hacia la tarea (tiempo estimado 10 minutos), en este escenario se pretende que el estudiante recuerde los conocimientos adquiridos anteriormente, es establecer el campo para que el nuevo aprendizaje relacione y se establezca, se hace importante que el estudiante identifique de entrada que contenidos va a aprender, como se va a hacer y cómo se va a evaluar.

Momento 2: presentación de contenidos (tiempo estimado 15 minutos), se tiene en cuenta el criterio de Ruiz (2012) el docente debe especificar los objetivos académicos y la estructura de la tarea, relacionar los conceptos y experiencias previas, enseñanza directa de los conceptos y estrategias, con el fin de alcanzar un desempeño adecuado, en el trabajo en equipo intervenir cuando sea necesario y a través de preguntas, por ejemplo, ¿qué están haciendo? ¿por qué haces esto? ¿creen que les ayudará este método de trabajo?. Y evaluar a los estudiantes tanto individualmente como en forma grupal.

La explicación directa se puede dar al inicio o en otro momento del desarrollo de la actividad, permitiendo que los estudiantes asimilen la nueva información y se realice el proceso cognitivo. Esta explicación se dará a los expertos, quienes luego llevarán la información a sus compañeros, de ser necesario otra explicación se realizará de igual manera a todos los expertos y se repite la rutina.

Momento 3: procesamiento cognitivo de la información (tiempo estimado 20 minutos), cuando los expertos llegan al grupo, todos deben tener la disposición para recibir la información y se asumen los roles respectivos. Los estudiantes manipularán el material que se entrega, con la información y los conceptos que se les brinda, ellos podrán interactuar y establecer relaciones entre los conocimientos previos y los que van desarrollando, aquí se manifiesta el aprendizaje significativo y AC. Todo esto con las diferentes estrategias planteadas de A.C.

Momento 4: recapitulación de lo aprendido, (tiempo estimado 10 minutos) para poner en común las respuestas de los trabajos en los equipos, en este punto se pueden establecer puntajes a cada grupo. Luego, el docente socializa sintetizando lo aprendido en la sesión y proyectando la siguiente.

4.3 Intervención en el aula

En esta fase se tiene como objetivo intervenir la práctica docente, para potenciar un aprendizaje significativo en la comprensión, resolución y planteamiento de problemas utilizando los números fraccionarios.

4.3.1 Intervención de la estrategia metodológica

Como producto del trabajo final, se adjunta el documento “Estrategia metodológica: Aprendizaje Colaborativo”, en el cual se relacionan las diferentes actividades a realizar, desde una aproximación a la historia de los números racionales, significados de una fracción, representación en la recta numérica, orden, fracciones equivalentes, operaciones y resolución de problemas con fraccionarios. Con su aplicación se pretende que los estudiantes se acerquen de forma más didáctica al proceso enseñanza aprendizaje en el pensamiento numérico con el tema de los números fraccionarios.

La estrategia se aplica a estudiantes del grado noveno tres, en las clases de matemáticas desde el 3 de octubre hasta el 3 de noviembre en la Institución Educativa Maestro Arenas Betancur.

4.3.2 Análisis de los resultados de la intervención de la estrategia metodológica

Es de vital importancia que el estudiante se sienta participe en su propio proceso de aprendizaje, donde evidencie que las relaciones interpersonales como seres sociales que somos, aportan diversidad y llegan a generar vínculos cognitivos donde se

aprovecha los aprendizajes previos para la formación del nuevo conocimiento. Es por ello que con la estrategia metodológica de AC, los estudiantes establecen nuevas conexiones, su mente se debe abrir a nuevas propuestas y permitirse el cambio.

El análisis se hace en cada una de las sesiones, donde se van estableciendo cuales son los conocimientos previos que poseen, las dificultades en cada uno de los temas que se van tratando y cuales otros temas son requeridos para la comprensión del que se está tratando.

La primera sesión consta de un video y una lectura, los cuales fueron montados en la plataforma de la Universidad, se evidencia que los estudiantes deben estar atentos en la recepción de la información, estar concentrados, manifiestan que la forma de medir en la antigüedad es un poco enredada, que este tipo de actividades permite abrir la mente y a otras formas de arreglar problemas en nuestra vida cotidiana. Además, algunos estudiantes intentaron hacer lo que se plantea en el video, se vieron con algún grado de dificultad, que con el pasar del tiempo las cosas cambian, antes no importaba el resultado sino el proceso, hacen la relación que antes se utilizaban más símbolos, más cálculos y algo que llamo mucho la atención es que se piensa que las personas más inteligentes son los de ahora, pero en ese tiempo también existían.

Se refieren al trabajo en la plataforma, la cual facilita el aprendizaje, permite releer y volver a mirar, aprovechando estas herramientas para la preparación del trabajo en el aula.

Debido a que esta primera sesión fue individual y así mismo se evaluó, los estudiantes manifiestan la falta de socialización con la actividad de lectura.

Con relación a la sesión dos, se busca la motivación y los estudiantes se muestran muy atentos cuando se dan normas de trabajo en equipo aplicando AC, se muestran sus ventajas, su forma de organizar los grupos de trabajo, planteando cada grupo con cuatro estudiantes, al principio deseaban trabajar solo con sus más cercanos

compañeros, pero al explicar la dinámica, se mostraron receptivos, aceptando el reto. Para la conformación de grupos se siguió lo establecido en la metodología de trabajo en clase.

Más adelante, con los grupos ya establecidos, se les asigna los roles, se indaga sobre los conceptos previos que tienen los estudiantes mediante una actividad propuesta y conceptualizar sobre los diferentes conceptos de fracción:

Figura 7 Grupos de trabajo



En la actividad No.1 Con la relación parte – todo, se observa que los estudiantes reconocen con facilidad la relación entre la gráfica y su relación numérica, establecen y reconocen una fracción propia e impropia, pero se les dificulta la fracción entera al asignarla como fracción impropia, en otro aspecto al asignar la clasificación de una gráfica cambian el orden entre numerador y denominador, y otro grupo de trabajo cuenta todas las divisiones que se hacen y las partes que se toman en forma general, sin identificar la unidad.

Al trabajar el significado de fracción como operador, se evidencia que la mitad de los grupos poseen bien el concepto, pero los otros tienen dificultad ya que al relacionar las manzanas verdes con las rojas, colocan es el total de manzanas.

Cuando se trabaja como cociente, en el momento de repartir las manzanas algunos estudiantes hacen la división normal, sin tener en cuenta el esquema requerido de fracción (cuatro manzanas y media), al expresarlo como 4,5.

Al observar los ejercicios de la fracción como operador, un grupo lo realiza con dibujo y comprende y transcribe bien, los otros estudiantes realizan la división y la multiplicación sin novedad.

En otro encuentro, se vuelven a organizar los estudiantes en grupos de trabajo ya establecidos, para este se utiliza el tangram, para el manejo de la relación parte-todo. Se observa aceptación por el manejo con las figuras que lo conforman, por su reconocimiento, se les olvida con frecuencia el paralelogramo, para esta actividad, se necesitó recordar las áreas de las figuras geométricas, ya que se les dificulta establecer las relaciones de superficie, falta identificar donde colocar los números en las relaciones, por ejemplo: $C = \frac{1}{2}D$ y luego $D = \frac{1}{2}C$, como si las relaciones fueran recíprocas. En su proceso, se observa que solo escriben valores de área sueltos y luego igualdades sin un orden, no realizan el proceso de verificación con superponer las figuras y compararlo con los valores obtenidos matemáticamente. Este trabajo debió continuar en otro momento, la docente hizo la claridad de cambiar de roles, ya que los coordinadores de algunos equipos no estaban ejerciendo bien su función. Es necesario recordar el cómo relacionar una figura con otra, haciendo preguntas: ¿Cuántas veces cabe C en D?, ¿Con cuántas mitades se forma una unidad?, la interpretación entre las palabras y los números es bastante complejo, ya que su escritura no lo manifiesta de la forma adecuada.

Figura 8 Desempeño de roles

Para la sesión No.3, los temas son montados en la plataforma, de tal manera que los estudiantes lo lean antes de llegar a la clase, pregunten por las dudas que presenten y optimizar el tiempo de clase, un gran parte del grupo no lo realizó, luego, se aplica en este caso la estrategia se enfocó en los números, donde la docente introduce los conceptos previos de ubicación en la recta numérica, orden, fracciones equivalentes y operaciones con fraccionarios, luego, se escribe un ejercicio en el tablero y cada equipo discute como solucionarlo y se realiza una competencia entre los equipos, de esta manera van ganando puntos. Se deben realizar varios ejercicios en el tablero, hasta que todos los estudiantes ya tienen una buena aproximación en la ubicación con la recta numérica, con relación a graficar fracciones equivalentes algunos, se desubican por el cambio de división (número del denominador).

Para determinar el orden en fracciones, se les debe recordar el concepto de mínimo común múltiplo, y para graficarlo en la recta numérica se presentan las mismas falencias descritas anteriormente con fracciones equivalentes.

La fracción como operador en cuanto las operaciones de suma y resta, se evidencia su mayor comprensión al utilizar figuras con divisiones establecidas, es decir fracciones homogéneas con su respectiva solución. Al realizar las mismas operaciones, pero ya con signo menos y al inicio, confunden y todo lo escriben con este mismo signo.

Figura 9 Trabajo en equipo



En la sesión No. 4, se trabaja de nuevo con los equipos conformados, se realiza, se inicia dándoles algunas claves para abordar los problemas, se reafirma lo trabajado en las sesiones anteriores, se nota mayor comprensión con los problemas y la aplicación parte-todo, como cociente y operador. Pero, cuando se les pregunta por ¿Cuántos quintos tiene todo el recorrido?, se observa en tres de los equipos que su respuesta es $\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$ y no lo relacionan con el total del recorrido una unidad, dos de estos equipos también presentan la siguiente situación, al preguntarles cuando falta por recorrer si ya ha llegado $\frac{3}{5}$ realizan la siguiente operación (ver figura)

Al trabajar la fracción como razón, un solo equipo no establece las relaciones pedidas, los otros lo realizan bien.

4.4 Evaluación después de la aplicación de la intervención metodológica.

El propósito en esta fase es evaluar el impacto generado en los estudiantes y su incidencia en los procesos de enseñanza aprendizaje, con la implementación de la estrategia metodológica propuesta.

4.4.1 Aplicación una prueba final para contrastar el proceso a partir del diagnóstico y la intervención

La prueba final, se estructura de forma similar a la prueba diagnóstica teniendo en cuenta todos sus componentes e ítems, con el fin de realizar un análisis comparativo más claro. Lo que se busca es evaluar los resultados en el componente numérico con la aplicación de la estrategia metodológica aplicada. (Ver ANEXO C)

Figura 10 Presentación prueba final



4.4.2 Realizar los análisis de los resultados obtenidos con la prueba final.

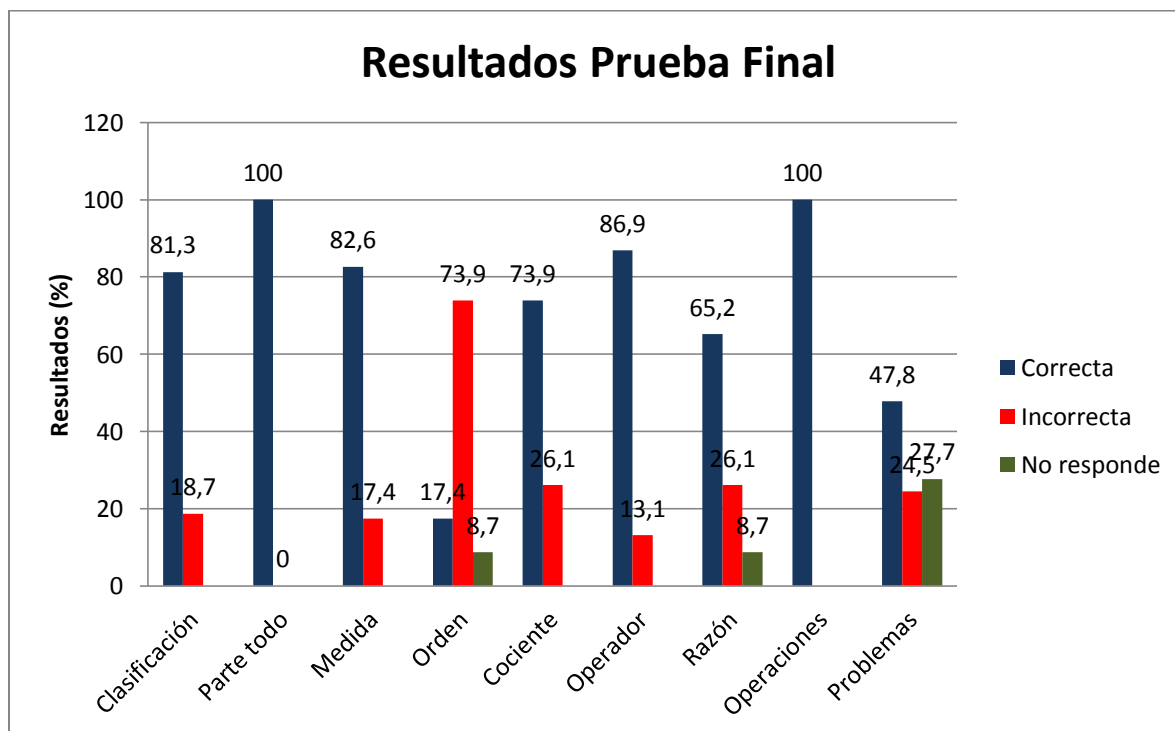
La prueba se aplicó a 23 estudiantes del grado 9º3, para determinar luego de la aplicación de la estrategia metodológica el nivel de desarrollo de las competencias: Comunicación, representación y modelación; razonamiento y argumentación; y planteamiento y resolución de problemas.

Tabla 6 Resultados prueba final

Respuesta Datos en %	Clasificación	Parte todo	Medida	Orden	Cociente	Operador	Razón	Operaciones	Problemas
Correcta	81.3	100	82.6	17.4	73.9	86.9	65.2	100	47.8
Incorrecta	18.7	0	17.4	73.9	26.1	13.1	26.1		24.5
No responde				8.7			8.7		27.7

Se observa que luego de aplicar la estrategia metodológica, los estudiantes han asimilado mejor los conceptos de fracción: se resalta en parte todo y operaciones con 100%, en general se muestra mayor porcentaje de respuestas correctas en los otros ítems, y solo en dos de ellas la fracción como razón y en los problemas que aún hay estudiantes que no responden.

Figura 11 Gráfico resultados prueba final

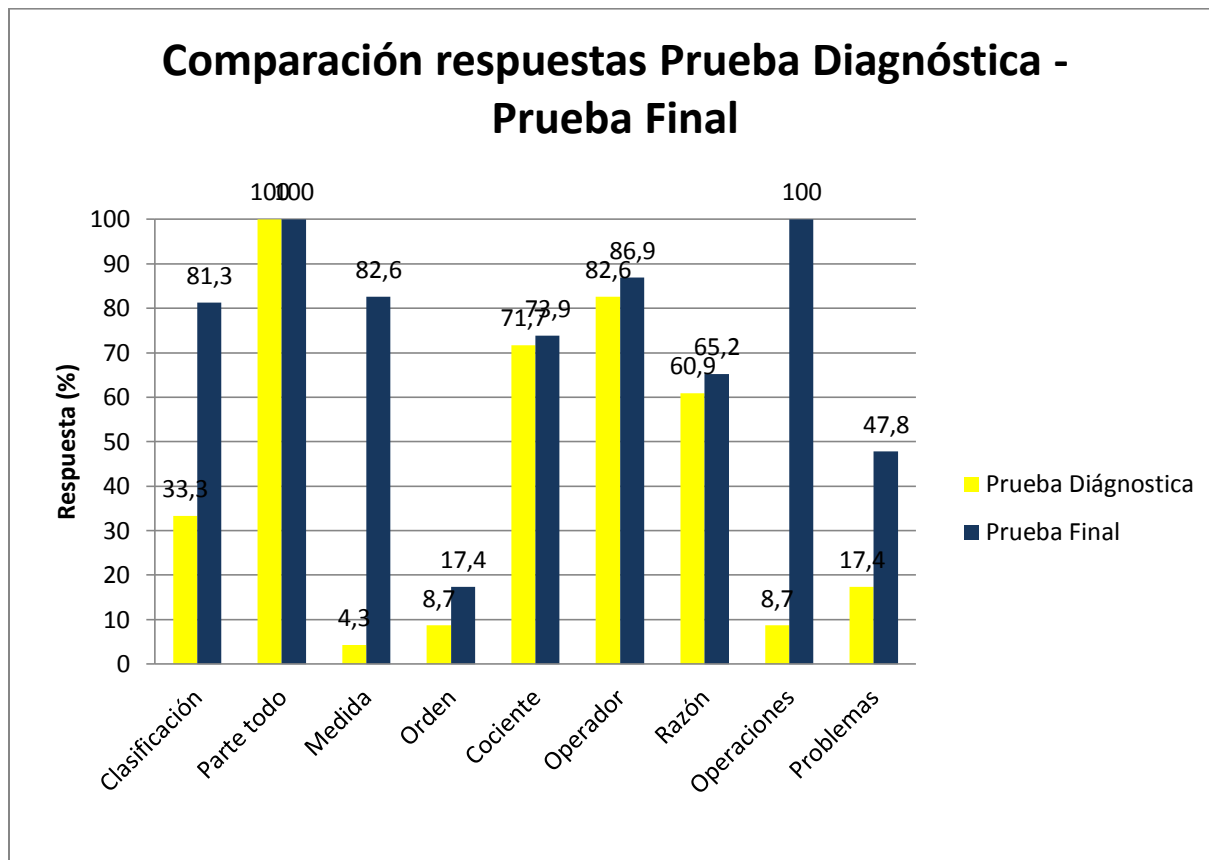


A continuación se muestra la tabla de comparación de los resultados de la prueba diagnóstica & prueba final.

Tabla 7 Respuestas correctas en porcentaje

Respuesta Datos en %	Clasificación	Parte todo	Medida	Orden	Cociente	Operador	Razón	Operaciones	Problemas
Prueba Diagnóstica	33,3	100	4,3	8,7	71,7	82,6	60,9	8,7	17,4
Prueba Final	81,3	100	82,6	17,4	73,9	86,9	65,2	100	47,8

Figura 12 Comparación resultados en porcentaje prueba diagnóstica- prueba final



De acuerdo a la figura se observa que luego de aplicar la estrategia metodológica todos los estudiantes muestran mayor asimilación de los conceptos de fracción:

El 81,3% de los estudiantes ya clasifican una fracción propia, impropia o entera, aunque aún, para algunos estudiantes se dificulta este último al valorarla como impropia.

Con relación a parte – todo, tanto la prueba diagnóstica como la prueba final el desempeño es de 100%, al relacionar en forma equitativa las partes sombreadas de una figura con su respectiva representación en fracción.

Cuando se analiza el concepto de fracción como medida, se observa que el 82,6% de los estudiantes ya identifican en la recta numérica las divisiones y las partes que se toman, asignando el numerador y el denominador en forma adecuada.

Al observar la relación de orden, se nota un leve aumento del 8,7% al 17,4%, ya que los estudiantes muestran aun falencias en trocar las fracciones o considerar como número mayor a quien tiene el mayor numerador.

Para el concepto de fracción como cociente, también se observa un leve aumento de 71,7% a 73,9%, en este ítem, dos de las figuras no son homogéneas o no muestran sus completas divisiones, el estudiante las debía de establecer de acuerdo a lo mostrado, falta esta relación a nivel cognitivo.

La fracción como operador, también es leve el incremento en su resultado final, al pasar de 82,6% a 86,9%, en este caso, continua siendo la falencia la lectura e interpretación de la fracción pedida.

Cuando se toma la fracción como razón, pasa de 60,9% a 65,2%, parece ser que al enfrentarse a una razón y luego compararla con otra formando una proporción se confundieran sin saber el proceso que deben realizar.

En cuanto las operaciones, los estudiantes pasaron de 8,7% a 100%, en este caso se evidencia la facilidad de manejar fracciones homogéneas con su respectivo dibujo.

Finalmente en la resolución de problemas se nota un buen incremento en las respuestas contestadas de forma acertada, pasando de 17,4% a 47,8%, donde se evidencia que los estudiantes ya organizan los datos y disponen de ellos para procesar la información y obtener un resultado.

5. Conclusiones y recomendaciones

5.1 Conclusiones

De acuerdo con los resultados de la prueba diagnóstica, la revisión bibliográfica y la intervención de la propuesta metodológica, se concluye que:

En los resultados de la prueba diagnóstica, se puede observar que los estudiantes presentan dificultad en los conceptos de fracción en cuanto: clasificación, medida, orden, operaciones y problemas. Lo que evidencia la falencia que se tiene en los conceptos previos, algunos estudiantes muestran dificultad en la interpretación de los enunciados y en la relación de la comunicación escrita con el lenguaje matemático, lo que dificulta un aprendizaje significativo.

Las metodologías de trabajo en clase, en las prácticas cotidianas en el aula, son enfocadas directamente por el docente y sus directrices, por lo cual el estudiante siente que carece de protagonismo, es por esto que se requiere de darles la importancia y responsabilidad en su propio proceso de enseñanza aprendizaje, apoyados en un trabajo cooperativo que permite además de una mejor socialización, una apertura a nivel cognitivo para recibir el nuevo conocimiento, teniendo en cuenta que el método como componente de la didáctica permite que el estudiante estructure sus acciones para satisfacer sus necesidades.

La mayoría de los estudiantes muestran gran afinidad y motivación cuando se les convoca utilizando varias herramientas para el trabajo en el aula, cuando se les suministra información en la plataforma Moodle y se les brinda material didáctico, lo que permite obtener un mejor resultado en el proceso de enseñanza aprendizaje.

El objetivo principal de diseñar una estrategia metodológica, que contribuya a la enseñanza de los números fraccionarios y sus operaciones, mediante la resolución y planteamiento de problemas en el grado noveno de la I. E. Maestro Arenas Betancur, se cumplió, ya que los resultados de la prueba final permiten evidenciar que los estudiantes mejoraron su desempeño en el componente numérico variacional.

El utilizar otros recursos para motivar a los estudiantes, tales como videos y lectura sobre historia, es efectivo, a la gran mayoría le agrado esta forma de iniciar el trabajo con números fraccionarios, ya que muchos desconocían la información allí suministrada.

La estrategia con aprendizaje colaborativo requiere de mucho tiempo, desde su implementación en el aula, donde se explica la importancia en las relaciones sociales, organización de grupos de trabajo, compartir sus propias experiencias, pero, poco a poco los estudiantes se muestran motivados y con expectativas en cada momento, ya que esta forma de trabajo facilita la comprensión de los temas abordados.

La estrategia metodológica basada en el aprendizaje colaborativo, permitió el trabajo entre pares, con objetivos comunes y alcanzables para todos los miembros del equipo, fortaleciendo relaciones sanas de convivencia, permitiendo fortalecer la confianza en sí mismo, compartiendo sus estrategias de aprendizaje y colaboración con el otro. Los estudiantes se sintieron motivados, atentos y dispuestos para el trabajo con fracciones, asimilando cada concepto y sus diferentes relaciones, además, la sana competencia favorece un buen ambiente en el aula.

5.2 Recomendaciones

Para el proceso de enseñanza aprendizaje en el concepto de números fraccionarios, se debe considerar los conceptos previos tales como parte - todo, razón, medida y cociente, de tal manera que permita una mayor comprensión y asimilación de su significado.

Seleccionar un material adecuado que proporcione una correlación entre el lenguaje cotidiano y la notación matemática, para establecer relaciones de orden, realizar las operaciones de suma y resta, y su aplicación en la resolución de problemas.

Se recomienda en la planeación de las clases, tener en cuenta el tiempo suficiente para la organización de los grupos de trabajo, asignar roles y explicación de la estrategia a utilizar.

Se hace necesario implementar el trabajo cooperativo / Colaborativo en el aula de clase, debido a sus repercusiones tanto a nivel cognitivo como social, para mejorar en los estudiantes las relaciones interpersonales y el desarrollo de las competencias matemáticas.

Tener en cuenta en la prueba diagnóstica aquellos ítems que obtuvieron un desempeño alto, para no evaluarlos en la prueba final, ya que se considera como conocimiento adquirido.

Familiarizar a los estudiantes con la estructura del área de matemáticas, en cuanto a los componentes y competencias a trabajar desde la estrategia metodológica implementada.

Por último, articular la estrategia al diseño plan de área, con el fin de mejorar la comprensión de los números fraccionarios en cada nivel de estudio.

Referencias

- Álvarez, C., & González, E. M. (1998). Lecciones de didáctica general. Medellín, Edinalco.
- Araque, C, & Cabra,L, &García,G, &Infante,J, &Ramírez, F. Manejo de Números Racionales: Habilidad de Todos. Ministerio de Educación Nacional Universidad del Valle Instituto de Educación y Pedagogía Área de Educación Matemática programa de capacitación y acompañamiento a docentes de Cundinamarca y Duitama para el desarrollo de los niveles de competencia de matemáticas y diseño de secuencias didácticas a partir de las experiencias significativas de los maestros. Recuperado de http://www.colombiaaprende.edu.co/html/productos/1685/articles-110455_archivo.pdf
- Arbeláez, N. M. C. (2014). Dificultades en la enseñanza de las operaciones con números racionales en la educación secundaria. *Magistro*, 8(16), 123-158. Recuperado de <http://www.bdigital.unal.edu.co/47081/>
- Bolívar Sandoval, L. E. (2013). Los juegos didácticos como propuesta metodológica para la enseñanza de los números fraccionarios en el grado quinto de la institución educativa Centro fraternal cristiano. Recuperado de <http://www.bdigital.unal.edu.co/9618/>
- Bozzano,P (2013) Actividades desarrolladas en el marco de la pedagogía de la cooperación en la enseñanza de la geometría según lo prescripto por la teoría de los niveles de van hiele. Universidad Nacional de la Plata. Argentina. <http://funes.uniandes.edu.co/4092/1/BozzanoActividadesALME2013.pdf>

Carrillo, M. F., Henríquez, S. V. S., Bravo, A. S., Mellado, M. B., & Manzi, E. F. (2008). Propuestas Didácticas para el desarrollo de competencias matemáticas en fracciones. *Horizontes Educativos*, 13(2), 87-98.

Collazos, C., Guerrero L. y Vergara. A. (2006). Aprendizaje Colaborativo: un cambio en el rol del profesor. Recuperado en www.atenea.unalmed.edu.co/pit/pitfase1/Guias%20Autoinstruccion+Doc_Compleme

Correa Obando, M. (2015). *El juego en equipo y dirigido como acelerador del Aprendizaje* (Doctoral dissertation, Universidad Nacional de Colombia). Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5342626>

Cubillo, C., & del Rincón, T. O. (2003). Análisis de un modelo didáctico para la enseñanza/aprendizaje del orden de las fracciones. *Educación matemática*, 15(2). 55-76.

Gallardo, J., González, J. L., & Quispe, W. (2008). Interpretando la comprensión matemática en escenarios básicos de valoración: Un estudio sobre las interferencias en el uso de los significados de la fracción. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 11(3), 355-382.

Gardner, H., Boix-Mansilla, V., & Cero, P. (1994). Enseñar para la comprensión en las disciplinas y más allá de ellas. *Teachers College Record*, 96(2), 65-77.

Hernandez, R. (2014). *Metodología de la investigación*. México. McGraw-Hill.

Hurtado Orduz, M. E. (2012). Una propuesta para la enseñanza de fracciones en el grado sexto (Doctoral dissertation, Universidad Nacional de Colombia). Recuperado de <http://www.bdigital.unal.edu.co/8573/>

Johnson, D. W., Johnson, R. T., & Holubec, E. J. (1999). El Aprendizaje Cooperativo en el aula. Barcelona: Paidós

La Constitución Política de Colombia (1991).

Ley General de Educación. Ley 115 febrero 08 de 1994

Laboratorio de innovación educativa Cooperativa de Enseñanza (2009). Qué – por qué – para qué – cómo: Aprendizaje cooperativo. Sociedad Cooperativa Madrileña. Colegio Ártica. Recuperado de: http://www.madrid.org/dat_capital/upe/impresos_pdf/AprendizajeCooperativo2012.pdf

Labrador, M, (2011). Aprendizaje colaborativo a través de problemas. Universitat Politècnica de València.

Luna, Rolando (2003) El aprendizaje cooperativo como estrategia de aprendizaje en el aula. Barcelona. España. <http://funes.uniandes.edu.co/4619/1/LunaAprendizajeCiaem2003.pdf>

Martinez, E.(2011) El juego y el aprendizaje cooperativo en la enseñanza de las ecuaciones de primer grado. Tecnológico de Monterrey. México <http://funes.uniandes.edu.co/4775/1/MartinezEljuegoALME2011.pdf>

Meza, A., & Barrios, A. (2010). Propuesta Didáctica para la Enseñanza de las Fracciones. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/1174/>

Ministerio de educación nacional de Colombia. Lineamientos curriculares matemáticas. Santafé de Bogotá DC. (1998).

Ministerio de Educación Nacional. Decreto 1290. (2009). Evaluación de los aprendizajes de los estudiantes y la promoción escolar.

Orozco, D. S. (2013). Estrategias didácticas para la enseñanza de las fracciones en el tercer ciclo de educación primaria (Doctoral dissertation, UPN-098). Recuperado de <http://digitalacademico.ajusco.upn.mx:8080/tesis/handle/123456789/11639>

Polya, G. (1965). Cómo plantear y resolver problemas [Traducido por J. Zagazagoitia]. México, DF: Trillas. (Trabajo original publicado en 1945).

Rizo, C., & Campistrous, L. (2013). Fracciones y números fraccionarios en la escuela elemental: el caso de la escuela primaria cubana. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/3754/>

Rodríguez Palmero, M. L. (2004). Teoría del aprendizaje significativo.


Roselli, N. D. (2011). Teoría del aprendizaje colaborativo y teoría de la representación social: convergencias y posibles articulaciones. *Revista Colombiana de Ciencias Sociales*, 2(2), 173-191.

Ruiz Cruz, C. A. (2013). La fracción como relación parte-todo y como cociente: Propuesta Didáctica para el Colegio Los Alpes IED (Doctoral dissertation, Universidad Nacional de Colombia). Recuperado de <http://www.bdigital.unal.edu.co/40057/>

-
- Ruiz, D (2012). La influencia del trabajo cooperativo en el aprendizaje del área de economía en la enseñanza secundaria. Tesis doctoral. Valldolit. Cruz, I (2013). I Congreso de matemática de américa central y del caribe <http://funes.uniandes.edu.co/4290/1/CruzMatem%C3%A1ticaCemacyc2013.pdf>
- Sallán, J. M. G. (2001). Sistemas de representación de números racionales positivos: un estudio con maestros en formación. Contextos educativos: Revista de educación, (4), 137-159.
- Slavin, R. (1999). AC: teoría, investigación y práctica. Argentina. Aique grupo editor S.A.
- Shunk, D. (2012). Teorías del Aprendizaje. Una perspectiva educativa. México. Pearson.
- Tangarife, B. (2012) Solución de problemas y trabajo cooperativo: Una estrategia didáctica a desarrollar en trigonometría (Doctoral dissertation). Universidad Nacional. Colombia
- Vargas Gómez, J. D. (2013). Implementación de clases interactivas para la enseñanza de las operaciones suma y resta de números fraccionarios en el grado sexto de la IER Rosalía Hoyos (Doctoral dissertation, Universidad Nacional de Colombia, Medellín). Recuperado de <http://www.bdigital.unal.edu.co/11785/>

7. ANEXOS

7.1 ANEXO A. Prueba diagnóstica

 <p>UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA SEDE MEDELLÍN</p>	<p style="text-align: center;">INSTITUCIÓN EDUCATIVA MAESTRO ARENAS BERTANCUR Prueba diagnóstica</p> <p>ASUNTO: PRUEBA DIAGNÓSTICA TRABAJO FINAL DE MAESTRÍA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA: TÍTULO MAESTRIA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES.</p> <p>Responsable: Gladys Janneth Arcila Henao Área: Matemáticas.</p> <p>Nombre del estudiante: _____ Fecha : _____</p> <p>Consentimiento de aplicación: Los datos aquí obtenidos serán utilizados sólo con fines académicos en el marco del Trabajo final de maestría.</p>
INSTRUCCIONES	
<ul style="list-style-type: none">• En las preguntas de escogencia múltiple debes señalar la respuesta que consideres más adecuada (justifica tu respuesta en la hoja anexa)• En las preguntas para contestar en forma escrita trata de explicar en forma amplia tus respuestas.• Puedes realizar los dibujos que consideres adecuados en cada caso.• Más que la respuesta correcta interesa tu forma de analizar y resolver cada situación.	

La presente prueba se aplica para establecer los conocimientos, capacidades y habilidades que poseen los estudiantes del grado noveno tres en el tema de números racionales, en el componente numérico variacional, en las competencias: Comunicación, representación y modelación; Razonamiento y argumentación; Planteamiento y resolución de problemas.

Lee con cuidado cada pregunta y establece la solución más acertada de acuerdo a tus conocimientos.

Componente: Numérico – variacional.

Competencia: Comunicación, representación y modelación.

7. Clasifica las siguientes fracciones como propias, impropias o enteras:

a. $\frac{3}{4}$ _____ b. $\frac{20}{4}$ _____ c. $\frac{13}{3}$ _____

Componente: Numérico – variacional.

Competencia: Razonamiento y argumentación.

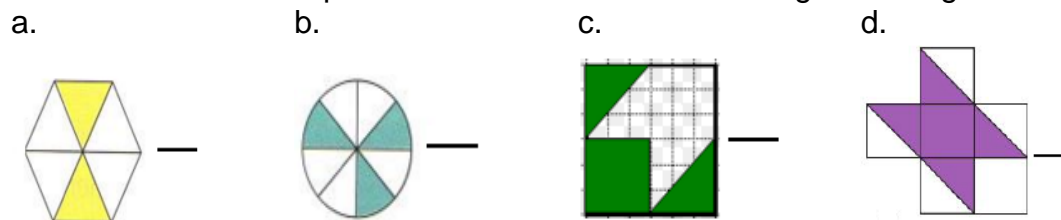
2. Ordena de menor a mayor los siguientes números racionales:

$\frac{-17}{12}$, $\frac{9}{4}$, $\frac{-13}{5}$, $\frac{11}{2}$

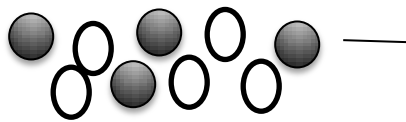
Componente: Numérico – variacional.

Competencia: Comunicación, representación y modelación.

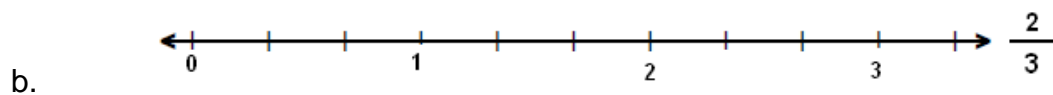
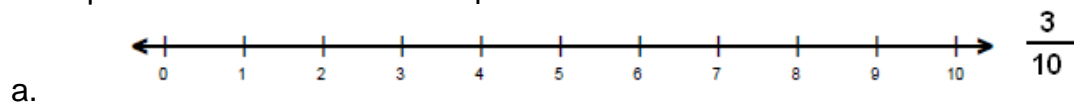
3. Indica la fracción representada en cada una de las siguientes figuras:



4. Representa la fracción de bolas grises:

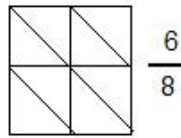


5. Representar la fracción correspondiente en cada recta numérica:

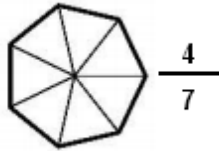


6. Colorea la fracción correspondiente en cada figura:

a.



b.



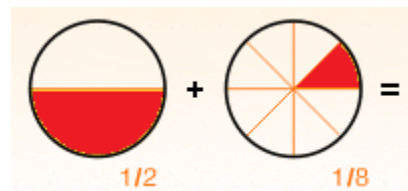
Componente: Numérico – variacional.

Competencia: Razonamiento y argumentación.

7. Determina si las fracciones dadas son o no equivalentes, ¿Por qué?

a. $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$ _____ b. $\frac{1}{4} = \frac{4}{12}$ _____

8. Al sumar las fracciones que representan las figuras, se obtiene como resultado:



a. $\frac{4}{8}$

b. $\frac{5}{8}$

c. 1

d. $\frac{2}{10}$

Componente: Numérico – variacional.

Competencia: Planteamiento y resolución de problemas.

Resuelve los siguientes problemas:

9. En una fiesta hay 48 niños y 64 niñas, ¿Qué parte del total de asistentes son niñas y que parte son niños?


10. En un balde hay 39 litros de jugo. ¿Cuántas botellas de $\frac{3}{4}$ de litro se pueden llenar con el contenido del balde?

11. Miguel compró 1 kilo de queso y gastó en el desayuno con su familia $\frac{3}{5}$, ¿cuánto queso le quedó?

12. Mariana y Camilo necesitan 1 litro de pintura para pintar una piñata de color morada, si Mariana tiene $\frac{2}{5}$ de litro de pintura roja y Camilo tiene $\frac{1}{2}$ de litro de pintura azul y deciden mezclarla, esta cantidad de pintura es suficiente para pintar la piñata?

7.2 ANEXO B. Estrategia metodológica Aprendiendo el mundo de las fracciones.

7.3 ANEXO C. Prueba final

 <p>UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA SEDE MEDELLÍN</p>	<p style="text-align: center;">INSTITUCIÓN EDUCATIVA MAESTRO ARENAS BERTANCUR PRUEBA FINAL</p> <p style="text-align: center;">ASUNTO: PRUEBA FINAL - TRABAJO FINAL DE MAESTRÍA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA: TÍTULO MAESTRIA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES.</p> <p>Responsable: Gladys Janneth Arcila Henao Área: Matemáticas.</p> <p>Nombre del estudiante: _____ Fecha: _____</p> <p>Consentimiento de aplicación: Los datos aquí obtenidos serán utilizados sólo con fines académicos en el marco del Trabajo final de maestría.</p>
<p>INSTRUCCIONES</p> <ul style="list-style-type: none">• En las preguntas de escogencia múltiple debes señalar la respuesta que consideres más adecuada (justifica tu respuesta en la hoja anexa)• En las preguntas para contestar en forma escrita trata de explicar en forma amplia tus respuestas.• Puedes realizar los dibujos que consideres adecuados en cada caso.• Más que la respuesta correcta interesa tu forma de analizar y resolver cada situación.	

La presente prueba se aplica para establecer los conocimientos, capacidades y habilidades que poseen los estudiantes del grado noveno tres en el tema de números racionales, en el componente numérico variacional, en las competencias: Comunicación, representación y modelación; Razonamiento y argumentación; Planteamiento y resolución de problemas.

Lee con cuidado cada pregunta y establece la solución más acertada de acuerdo a tus conocimientos.

Componente: Numérico - variacional.

Competencia: Comunicación, representación y modelación.

1. Clasifica las siguientes fracciones como propias, impropias o enteras:

a. $\frac{5}{2}$ _____ b. $\frac{3}{7}$ _____ c. $\frac{15}{3}$ _____

Componente: Numérico - variacional.

Competencia: Razonamiento y argumentación.

2. Ordena de menor a mayor los siguientes números racionales:

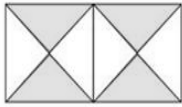
$$\frac{-10}{3}, \frac{1}{4}, \frac{-9}{2}, \frac{15}{4}$$

Componente: Numérico - variacional.

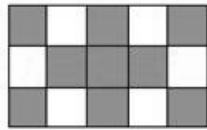
Competencia: Comunicación, representación y modelación.

3. Indica la fracción representada en cada una de las siguientes figuras:

a.



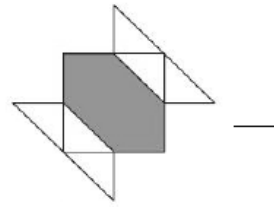
b.



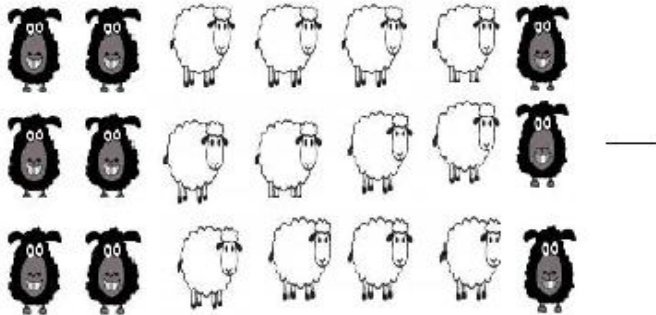
c.



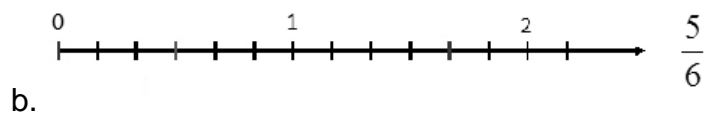
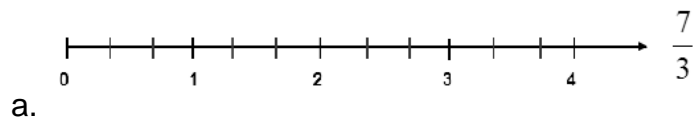
d.



4. Representa la fracción de ovejas negras con respecto a las ovejas blancas:

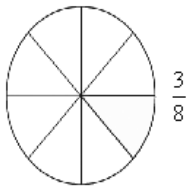


5. Representar la fracción correspondiente en cada recta numérica:



6. Colorea la fracción correspondiente en cada figura:

a.



b.



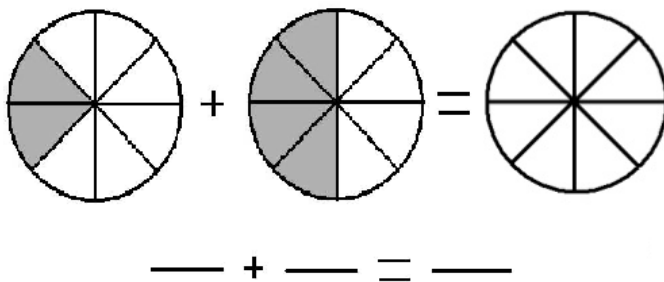
Componente: Numérico - variacional.

Competencia: Razonamiento y argumentación.

7. Determina si las fracciones dadas son o no equivalentes, ¿Por qué?

a. $\frac{3}{5} = \frac{12}{15}$ _____ b. $\frac{2}{7} = \frac{6}{21}$ _____

8. Al sumar las fracciones que representan las figuras, se obtiene como resultado:



a. $\frac{4}{8}$

b. $\frac{6}{8}$

c. 1

d. $\frac{2}{10}$

Componente: Numérico - variacional.

Competencia: Planteamiento y resolución de problemas.

Resuelve los siguientes problemas:

9. En una fiesta hay 36 niños y 24 niñas:

a. ¿Cómo será la relación de mujeres a hombres?

b. ¿Cómo será la relación de hombres a todos los asistentes a la fiesta?

10. ¿Cuántos litros arrojan en una hora dos llaves de agua, si una arroja $\frac{14}{5}$ por hora y la otra $\frac{8}{7}$ por hora?

11. Ángela, tiene una chocolatina y comparte con sus amigas $\frac{4}{7}$ de ella, ¿cuánta chocolatina le quedó?

12. El señor Ramiro tiene $5\frac{1}{4}$ de galones de pintura, para pintar la habitación de su hija. Si en una pared se gasta $1\frac{1}{4}$ de galón y en dos paredes se gasta $\frac{9}{4}$, ¿cuánto le queda para pintar la última pared?