

# Stochastic mathematical model for vehicle routing problem in collecting perishable products

Elsa Cristina Gonzalez-L. <sup>a</sup>, Wilson Adarme-Jaimes <sup>b</sup> & Javier Arturo Orjuela-Castro <sup>c</sup>

<sup>a</sup> Facultad de Ingeniería, Universidad Católica de Colombia, Bogotá, Colombia. [ecgonzalez@ucatolica.edu.co](mailto:ecgonzalez@ucatolica.edu.co)

<sup>b</sup> Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia. [wajajimes@unal.edu.co](mailto:wajajimes@unal.edu.co)

<sup>c</sup> Facultad de Ingeniería, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia. [jaorjuelac@unal.edu.co](mailto:jaorjuelac@unal.edu.co)

Received: May 28<sup>th</sup>, 2014. Received in revised form: August 25<sup>th</sup>, 2014. Accepted: December 5<sup>th</sup>, 2014.

## Abstract

In this paper a model for the vehicle routing problem with stochastic components of demand, service time and delivery time for perishable products is presented. The purpose of the paper is to present an alternative to the problem of collecting the flower industry, using a model that reflects the stochastic behavior in collecting flowers, required by companies in Colombia. The model incorporates three stochastic components and a restriction not reported earlier by other authors. The solution method includes clusters for collection points, route design, allocation to truck routes, Monte Carlo simulation and a regression model to obtain the equation of the total system cost and optimal point of replenishment.

**Keywords:** Stochastic-VRP, Logistics, Perishables, Flowers, Clustering, Montecarlo Simulation, Costs.

# Modelo matemático estocástico para el problema de ruteo de vehículos en la recolección de productos perecederos

## Resumen

En este artículo se presenta un modelo para el problema de ruteo de vehículos con componentes estocásticos en demanda, tiempos de entrega y servicios para productos perecederos. El propósito del trabajo es presentar una alternativa al problema de recogida del sector floricultor, mediante un modelo que refleja el comportamiento estocástico en el suministro de las flores, requeridas por las empresas productoras de ramos, en Colombia. El modelo incorpora tres componentes estocásticos a la función objetivo y una restricción no reportada antes en la literatura. El método de solución incluye la clusterización de puntos de recolección, diseño de rutas, asignación de camiones a rutas, simulación de Montecarlo y un modelo de regresión para la obtención de la ecuación del costo total del sistema y el punto óptimo de reabastecimiento.

**Palabras clave:** VRP estocástico, Logística, Productos perecederos, Flores, Clusterización, Simulación Montecarlo, Costos.

## 1. Introducción

Colombia es el principal exportadora de flores a EEUU, para el 2013 exportó 960,7 millones de U.S (ASOCOLFLORES). El principal departamento de producción es Cundinamarca con el 80%. La producción de flores en Colombia es estacional, obedece a factores climáticos, por lo tanto conseguir cierto tipo de colores o especies en determinados meses de año no es fácil. La demanda depende de la festividad asociada a la temporada del año, tales como el día de San Valentín, Madres, día de la Independencia, entre otros. De la misma manera, la composición de especie floral de color y de número de

tallos por *bouquet* (ramo) varía de acuerdo con diferentes tendencias de la moda, por su variabilidad, con implicaciones en la planeación y programación de las actividades de producción.

## 2. Revisión de la literatura

### 2.1. Problema VRP para Perecederos

Los componentes aleatorios, ya sea con un sólo vehículo o con varios, es tardío y podría ubicarse hacia 1969 donde Tilman modela la entrega de combustible en varias estaciones de servicio y adiciona una demanda desconocida.

En [3] se plantea una estructura con componentes estocásticos que denomina SVRP (Stochastic Vehicle Routing Problem), en 1985 desarrolla las heurísticas denominadas Jezéquel VRPSC (Vehicle Routing Problem Stochastics Consumers) y Jailliet VRPSDC (Vehicle Routing Problem Stochastics Demand and Consumers), que modelan puntos de entrega y/o demandas aleatorias. Los trabajos de [1] resuelve un VRPSD con programación de recursos y en 1994, un VRPSTT (Vehicle Routing Problem Stochastics Time Travel) mediante un algoritmo de ramificación [2]. [3] Resuelven un VRPSDC con búsqueda Tabú. En años recientes aparecen los trabajos de Groër para un modelo VRPSC en 2009, [4] solucionan un problema de ruteo con demandas estocásticas y restricciones de duración de ruta VRPSD-DC (Vehicle Routing Problem with Stochastic Demand and Duration Constraints), proponiendo una búsqueda tabú [5].

En el ruteo de productos perecederos se encuentran trabajos que modelan un VRP considerando las condiciones de temperatura o daño a los productos debido a las operaciones de distribución y transporte. [6] un ruteo con ventanas de tiempo y aleatoriedad en la entrega de productos comestibles plantean un SVRPTW (Stochastic Vehicle Routing Problem) para obtener rutas, carga y tiempos de despacho óptimos desde un centro de distribución teniendo en cuenta la dependencia entre el tiempo de viaje y la variación de la temperatura, enriqueciendo así el problema tradicional del VRP. El trabajo de [7] hace énfasis en la pérdida de valor de los productos durante el proceso de distribución, proponen una función multi-objetivo que minimiza el costo y maximiza la frescura. [8] proponen un VRPTWTD (Vehicle Routing Problem with time Windows and time-dependant travel times), donde los tiempos de viaje entre dos nodos depende de las distancia, del día y la hora. El modelo considera el impacto de la perecedibilidad como parte de todo el costo de distribución y se resuelve mediante una heurística de búsqueda Tabú, reportando mejoras hasta de un 47% de reducción de bienes deteriorados. [9] desarrollan un modelo matemático no lineal para ruteo y programación de rutas para alimento perecederos, combinando las ventanas de tiempo (VRPTW) con demandas aleatorias de los puntos de entrega (minoristas), se encuentran soluciones mediante una algoritmo propuesto por los autores (Nelder-Mead) con el fin de reducir la complejidad de cálculo del modelo.

**2.2. Modelo matemático y metodología de solución**

Los diferentes autores consultados han formulado dos enfoques de modelamiento para el problema de ruteo estocástico [5] y [10]. Un enfoque (I) de re-optimización en tiempo real, donde las rutas se van rediseñando a medida que se va obteniendo información que permite conocer los parámetros inciertos; en este enfoque la estrategia de rediseño de las rutas es tramo a tramo, de acuerdo con la información recibida. Un método de solución usado y que responde a éste enfoque es el uso de la Programación dinámica [11]. El segundo enfoque (II) diseña una “Ruta a Priori”. La solución puede generarse con anticipación (etapa 1), la cual es contrastada con posibles valores presentados

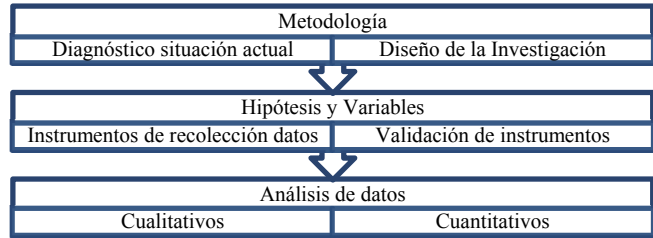


Figura 1 Fases Metodológicas para ésta investigación  
Fuente: Hurtado de Barrera, 2000. [15]

por los parámetros aleatorios (etapa 2). Los métodos encontrados de solución son: La programación estocástica restringida, propuesta por [12], la programación estocástica de doble etapa propuesta por Madansky con funciones de recursos [13] y la optimización robusta [10]. En este trabajo se aborda el enfoque II de modelamiento, al clusterizar puntos de recolección por cercanía geográfica, asignar vehículos a rutas y generar rutas pre-diseñadas, las cuales se ven modificadas a medida que los parámetros inciertos se van conociendo.

**3. Métodos**

La investigación establece las causas y correlaciones de los eventos a estudiar y además plantea una posible solución, a éste tipo de estudios se denominan explicativos[14]. Además, se genera una propuesta factible [15]. Las fases metodológicas se resumen la Fig. 1. Cada procedimiento utilizado desde la Investigación de operaciones y desde la estadística tiene sustento epistemológico, que trasciende la practicidad y el nivel de utilidad meramente técnico[16].

Con respecto al análisis de datos, se trataron las distancias, tiempos de recorrido, tiempos de espera en el nodo de salida, tiempos de espera en el nodo de llegada, tiempos de servicio (carga/descarga), cantidad recogida en fincas (en tallos), la presencia / ausencia de oferta en fincas, capacidad de los vehículos y costos de operación de transporte, los cuales fueron tomados durante los años de 2012-2013, en una industria productora de ramos de flores, en la sabana de Bogotá Colombia, exporta a EEUU. Los datos se procesaron mediante los software STATFIF® y EXCEL (solver) ®. Para el cálculo de las distancias se encontraron las coordenadas geográficas de cada municipio productor, para lo cual se utilizó Pixelis Map[17], aplicación web que obtiene la ubicación de un lugar mediante Google Maps. Dicho aplicativo aporta las coordenadas geográficas (latitud y longitud), además de las Coordenadas UTM-WGS84, de los sistemas de geo posicionamiento satelital (G.P.S.) y el mismo, las convierte en Coordenadas rectangulares X, Y, a partir de las cuales se calcularon las distancias euclidianas.

**4. Modelamiento matemático y propuesta de solución**

**4.1. Planteamiento matemático**

Bajo las condiciones encontradas en el sector floricultor colombiano, en lo que respecta al problema de recogida de

flores en la Sabana de Bogotá, se realizó la formulación del modelo específico. Para facilitar la comprensión del mismo, se desarrolla la notación utilizada.

$G = (V, A)$	: Grafo
$v_i$	: Nodo, vértice o finca donde se recoge flor
$v_1$	: Bouquetera (Depósito)
$V = \{v_1, \dots, v_n\}$	: Conjunto de nodos (vértices), representan los proveedores (fincas)
$A = \{(v_i, v_j): v_i, v_j \in V, i < j\}$	: Conjunto de arcos, representan los trayectos desde el nodo $i$ hasta el nodo $j$ donde $i < j$
$x_{ijk}$	: Variable de decisión binaria que toma el valor de: 1 si se utiliza el arco que va desde $i$ hasta $j$ utilizando el camión $k$ para la ruta; 0 en caso contrario
$K$	: Tamaño de la flota -Número de vehículos de capacidad $Q_k$
$F(x)$	: Función esperada de recursos para cantidad de tallos a recoger en una etapa II de modelamiento, en el arco $x$ .
$F'(x)$	: Función esperada de recursos para aparición de nodos en una etapa II de modelamiento en arco $x$ .
$F''(x)$	: Función esperada de recursos para tiempos de recorrido y servicio en una etapa II de modelamiento en el arco $x$ .
$[D_{ij}]$	: Matriz de costo (distancias), simétrica con $A$
$d_{ij}$	: Costo (distancia) de ir desde el nodo $i$ hasta el $j$
$q_i$	: Oferta de tallos asociada con cada proveedor $v_i$
$[T_{ij}]$	: Matriz de tiempos de recorridos desde $i$ hasta $j$ , simétrica con $A$
$Q_k$	: Capacidad del $k$ -ésimo camión
$t_{ij}$	: Tiempo de recorrido desde $i$ hasta $j$
$s_i$	: Tiempos de servicio (carga-descarga) asociados a cada $v_i$
$t'_i$	: Tiempo de espera (fila) al ingreso del camión al nodo $i$
$t''_i$	: Tiempo de espera (fila) a la salida del camión hacia el nodo $j$
$E(x)$	: Valor esperado
$L_k$	: Longitud de ruta asociada al vehículo $k$
$B$	: Tiempo total (cota máxima) diario

$b_{ik}$	: Hora en que comienza el servicio en el nodo $i$ cuando llega el vehículo $k$
$b_{jk}$	: Hora en que comienza el servicio en el nodo $j$ cuando llega el vehículo $k$
$b_{1k}$	: Hora en que comienza el servicio en el nodo 1 cuando sale el vehículo $k$
$e_1$	: Hora más temprana para salir del nodo 1
$e_i$	: Hora más temprana para servir en el nodo $i$
$u_i$	: Hora límite para servir al nodo $i$
$u_1$	: Hora límite para descargar en el nodo 1
$x$	: $r$ -ésima ruta factible representada como un vector $V^r$
$\varepsilon$	: Vector aleatorio que contiene todos los posibles valores de la cantidad de tallos recogidos en cada nodo.
$\varphi$	: Vector aleatorio que contiene todos los posibles valores de las variables aleatorias Bernoulli asociadas a la oferta
$\zeta$	: Vector aleatorio que contiene todos los posibles valores del tiempo de espera al ingreso en el nodo $i$ en un subconjunto $S$
$\varrho$	: Vector aleatorio que contiene todos los posibles valores del tiempo de espera a la salida del nodo $i$ en un subconjunto $S$
$\tau$	: Vector aleatorio que contiene todos los posibles valores de los tiempos de recorrido desde $i$ hasta $j$
$\varsigma$	: Vector aleatorio que contiene todos los posibles valores de los tiempos de servicio en el nodo $i$
$\varphi(\omega^T)$	: Vector transpuesto aleatorio para cada escenario
$\Omega$	: Conjunto de todos los posibles escenarios asociados con la presencia para todos los nodos
$\omega$	: Elementos de un escenario
$\varepsilon_{r_s}$	: Valores presentados por la Variable aleatoria tallos dentro de un subconjunto $S$ de $r$
$l = (1, 2, \dots, \infty)$	: Índice que denota la $l$ -ésima falla de ruta
$r = (1, 2, \dots, n)$	: Índice que denota la $r$ -ésima ruta factible
$i = (1, 2, \dots, n)$	: Índice que denota el $i$ -ésimo nodo salida
$j = (1, 2, \dots, n)$	: Índice que denota el $j$ -ésimo

	nodo llegada
$k = (1,2, \dots, K)$	: Índice que denota el $k$ -ésimo vehículo
$S$	: Partición del conjunto $V$
$R(x)$	: Distancia que se reduce por no visitar algunos nodos
$p_i$	: Probabilidad de presencia de un nodo

El modelo se presenta a continuación:

Función Objetivo

$$Min \sum_{k \in K} \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} d_{ij} x_{ijk} + F(x) + F'(x) + F''(x) \quad (1)$$

Sujeto a:

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in V} x_{ijk} = 1 \quad \forall i \in V \quad (2)$$

$$\sum_{i \in V} x_{ijk} - \sum_{i \in V} x_{jik} = 0 \quad \forall j \in V, k \in K \quad (3)$$

$$\sum_{j \in V} x_{1jk} = \sum_{i \in V} x_{i1k} = 1 \quad \forall k \in K \quad (4)$$

$$\sum_{i \in V} q_i \sum_{j \in V} x_{ijk} \leq Q_k \quad \forall k \in K \quad (5)$$

$$q_i \leq Q_k \quad \forall i \in V \wedge \forall k \in K \quad (6)$$

$$x_{ijk}(b_{ik} + t_{ij} - b_{jk}) \leq 0 \quad \forall i, j \in V \wedge \forall k \in K \quad (7)$$

$$e_1 \leq b_{1k} \leq u_1 \quad \forall k \in K \quad (8)$$

$$\left( \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} t_{ij} + \sum_{i \in V} t'_i + \sum_{i \in V} t''_i + \sum_{i \in V} s_i \right) \sum_{i,j \in V} x_{ijk} B \quad (9)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \quad \forall i \in V, j \in V, k \in K \quad (10)$$

$$x = (x_{ijk}) \in \mathbb{Z}^+ \quad (11)$$

Funciones de recursos:

$$F(x) = 2 \sum_{i=2}^n \sum_{l=1}^{\infty} p(\sum_{s=2}^{i-1} \varepsilon_{r_s} \leq lQ_k \leq \sum_{s=2}^i \varepsilon_{r_s}) d_{1r_i} \quad (12)$$

$$F'(x) = E_{\varphi} F'(x, \varphi(\omega)) \quad (13)$$

$$F''(x) = E_{\zeta, \varrho, \varsigma, \tau} F''(x, \zeta, \varrho, \varsigma, \tau) \quad (14)$$

El modelo que incorpora las formulaciones propuestas por [18][19][4][20], [5] [21] [22] [23] [11] [19] [4], [20] [5] [22][1] [2][24].

La función objetivo (1) integra el problema de ruteo de vehículos donde se minimiza el costo (distancia) y tres funciones de recursos (12-14). La función (12) modela la aleatoriedad de la demanda, la aleatoriedad de los puntos de entrega (13) y la aleatoriedad de los tiempos de entrega y de servicio (14). (2), (3) y (4) son restricciones propias de los problemas de ruteo, garantizan que el vehículo salga del depósito y vuelva al mismo, que solo visite cada punto de recolección una sola vez. Las ecuaciones (5) y (6) son

restricciones de cantidad y capacidad de cada vehículo. Las ecuaciones (7), (8) y (9) se relacionan con los tiempos de entrega y los horarios de los depósitos.

## 4.2. Método de solución

La metodología propuesta consiste en desarrollar una secuencia de procedimientos de solución, que disminuyen gradualmente la complejidad.

### 4.2.1. Etapa I. Clusterización de nodos (Fincas)

El método inicia con la elección de variables a clusterizar, en éste caso, el costo (distancias) entre la empresa y los oferentes. Una vez se ha determinado la distancia, se procede a elegir la medida de asociación, de tal manera que los nodos elegidos conserven la menor distancia entre ellos, se utilizó la distancia Euclidiana. La técnica Clúster utilizada fue el Método Linkage simple aglomerativo [25].

### 4.2.2. Etapa II. Diseño de las rutas

Inicialmente, el problema es un VRP, con un alto grado de complejidad debido a la cantidad de variables aleatorias. El problema se subdividió en cinco sub problemas, de acuerdo con un análisis clúster realizado. Cada problema se convierte en un TSP. Se modela como un modelo de programación entera [26].

### 4.2.3. Etapa III. Asignación de camiones a rutas

En ésta etapa se asigna un camión a cada uno de los clúster, de acuerdo con la distancia total a recorrer en cada ruta diseñada en la Etapa II y el promedio de tallos recogidos en las fincas [27]. Para el cálculo de la función objetivo, se multiplicó la distancia por un indicador expresado como el cociente del promedio diario de cada clúster, entre la capacidad de camión, representando así el número de veces que el camión debería hacer la ruta si la demanda fuera constante y conocida. Para resolver la asignación, se utilizó Solver de Excel®.

### 4.2.4. Etapa IV. Simulación de Montecarlo

Se simularon tres escenarios (políticas). En la llamada “Política 1” el camión sale del nodo 1, debe dirigirse al nodo 2, antes de seguir recogiendo, conoce cierta información y toma la decisión de si debe continuar con la ruta o no. La decisión se basa en la capacidad del camión y en la ventana de tiempo: Si le queda espacio para recoger la carga completa sigue (no se permiten cargas divididas), si no, se devuelve al depósito y descarga, retomando la ruta en el nodo siguiente al cual se devolvió. El camión puede tener capacidad pero debe calcular el tiempo que le tomaría ir al siguiente nodo o devolverse al depósito para cumplir con la llegada antes del cierre del depósito.

El segundo escenario fue llamado “política 2”, la cual siempre permite recoger hasta copar la capacidad del camión. La decisión consiste en: Si hay capacidad restante

y si la ventana de tiempo no se rompe, ir al siguiente nodo, recoger (se permite particionar carga) volver al depósito, descargar y retomar ruta en el nodo en el que ocurrió la “falla de ruta”. El algoritmo para la simulación de Montecarlo, permite cargas particionadas y devolviéndose al depósito a descargar.

El tercer escenario, denominado “política 3”, realiza la simulación con diferentes capacidades del vehículo, es decir, al llegar a un porcentaje de la capacidad, el conductor se devuelve al depósito, descarga y retoma la ruta en el nodo en el que quedó. También, como en el modelo anterior, se permiten cargas particionadas. Esto con el fin de encontrar un “punto de reabastecimiento”, se simula desde un 95% hasta un 50% de capacidad copada del camión. Menos del 50% no considera el trabajo, puesto que no sería rentable operar un camión por debajo de esa capacidad. El algoritmo para la simulación de Montecarlo, permite cargas particionadas y con un “punto de reabastecimiento” basado en la capacidad restante del camión.

#### 4.2.5. Validación, verificación y acreditación del modelo de Simulación

Se realizó la validación del modelo, la verificación y la acreditación, utilizando los conceptos de Guasch A. [28], quien a su vez, presenta y resume los trabajos de Balci [29] [30] [31][32], Sargent[33], Arthur [34], Law y Kelton [35].

#### 4.2.6. Etapa V. Modelo de regresión

En ésta sección, se toman las salidas de la simulación y se les realiza el respectivo análisis de salida, incluido un análisis de regresión lineal con el fin de obtener una función de costo a optimizar, sujeta a un sistema de ecuación restrictivas de distancia, tiempo y cantidades. La notación de las ecuaciones de costo:

$C$	: Costo diario
$d$	: Distancia
$tt$	: Tiempo total
$Qr$	: Cantidad Restante
$Qa$	: Cantidad acumulada
$Pr$	: Punto de reabastecimiento (%)

La ecuación de costo diario es  $C = f(d, tt, Qr, Qa, Pr)$ . Por su parte la ecuación de cantidad acumulada es  $Qa = f(d, Pr)$ . la ecuación de distancia  $d = f(Pr)$ , la ecuación de tiempo total  $tt = f(d)$ . la cantidad restante  $Qr = f(Pr, Qa)$  y la ecuación punto de reabastecimiento  $Pr = f(Qa, Qr)$

## 5. Resultados

Se realizaron 160 corridas para cada uno de los cinco clúster. La variable de respuesta fue el costo total de la operación, el cual está compuesto por: Salario (tiempo del operario), costo de oportunidad (cantidad no recogida) y costo por distancia (asociada a la operación del camión). Fue necesario encontrar el grado de correlación entre las variables de entrada y de salida, ya que el algoritmo de simulación se programó con base en el supuesto que el costo total diario de operación era la suma de esos tres factores y que cada uno de ellos es una función lineal. Para el costo por salario, se supuso el costo como función lineal del tiempo total del operario. El costo de oportunidad es una función lineal de la cantidad no recogida en el camión, la cual a su vez está restringida por la capacidad del camión. El costo por distancia es una función lineal de la operación del camión, la cual depende del número de kilómetros recorridos diariamente. Se obtuvieron los costos para todos los Cluster, Se presenta en la Tabla 1 las salidas del modelo para el Cluster 1.

En esta parte de la investigación el objetivo fue encontrar una función (costo diario) a optimizar (minimizar), sujeta a la restricción de capacidad del camión; se determina la cantidad acumulada, la cantidad restante y el punto de reabastecimiento (expresado como una fracción de la cantidad acumulada con respecto a la capacidad); así como también la distancia y el tiempo total de operación diario. El modelo obtenido se expresa a continuación:

*Función Objetivo*

$$\text{Min } C = 107927,587 + 1036,442d - 2388,042tt + 0,349Qr + 0,563Qa - 29053,998Pr \quad (1)$$

*Sujeto a:*

(Cantidad acumulada)

$$Qa - 62,023d - 29957,044Pr \geq 0 \quad (2)$$

Tabla 1  
Salidas del modelo para el clúster 1

	No. Días simulados	Cantidad a Recoger	Q Acumulada Camión	Q restante camión	Tiempo total	Distancia Acumulada	Costo por Tiempo (salario)	Costo de oportunidad camión (Q)	Costo por Distancia	Costo total
P. 1	370	5033	22855	12145	1,6	37,1	73068	10328	38035	121431
P.2	370	8537	27732	7268	1,6	36,0	75026	6217	36853	118096
PR 95%	366	6448	25009	9991	1,6	37,6	74397	8679	38481	121558
PR 90%	366	6510	24094	10906	1,6	36,9	75159	9241	37685	122085
PR 85%	366	7037	23745	11255	1,6	35,1	70873	9076	35836	115785
PR 80%	366	6433	22017	12983	1,6	34,1	72032	10348	34974	117353
PR 75%	366	6597	21329	13671	1,6	34,7	71242	11151	35891	118284
PR 70%	366	6583	20297	14703	1,6	35,7	74983	12384	36581	123948
PR 65%	366	6647	19465	15535	1,6	34,4	72615	12701	35253	120569
PR 60%	366	6518	18227	16773	1,6	33,9	72809	13714	34713	121236
PR 55%	366	6428	17033	17967	1,5	35,3	76561	15323	36186	128069
PR 50%	366	6222	15898	19102	1,5	34,0	76604	15875	34810	127289

Fuente: Elaboración propia

(Distancia)

$$d + 93,726Pr \leq 111,034 \quad (3)$$

(Tiempo total)

$$tt - 0,023d \leq 8,829 \quad (4)$$

(Cantidad Restante)

$$Qr + 75885,314Pr - 1,114Qa \leq 36584,862 \quad (5)$$

(Punto reabastecimiento)

$$Pr - 1,471E^{-5}Qa + 1,256E^{-5}Qr \geq 0,471 \quad (6)$$

Las siguientes restricciones se adicionaron de acuerdo con el comportamiento del sistema real:

(Ventana de Tiempo de operación del sistema)

$$8 \leq tt \leq 10 \quad (7)$$

(Distancia mínima y máxima de Clúster)

$$40 \leq d \leq 120 \quad (8)$$

(Valores mínimos y máximo de punto de reabastecimiento)

$$0,5 \leq Pr \leq 1 \quad (9)$$

(Restricciones de no negatividad)

$$C, d, tt, Qr, Qa, Pr \geq 0 \quad (10)$$

Se utilizó Solver de Excel® para encontrar una solución óptima. Los resultados se resumen en la Tabla 2.

La Tabla 3 presenta un comparativo de la situación actual con los resultados obtenidos a partir de la simulación (propuesta). En la primera columna está el nombre de la

variable que se está comparando. La columna (Actual), presenta los promedios y las desviaciones estándar de la empresa. La columna tres presenta promedios y desviaciones estándar pero de la propuesta, obtenidos a partir de la simulación, en la siguiente columna se incluyen los indicadores de comparación y el porcentaje de variación.

Una vez obtenidos los valores, se corrieron pruebas de diferencia de medias para establecer si efectivamente a un nivel de significancia del 5% existe la suficiente evidencia estadística para afirmar si la media del sistema actual es diferente a la media de la propuesta, todas son diferentes a excepción del tiempo por punto de recolección. Observando los promedios en sus valores absolutos, se observa que la distancia recorrida por camión en la forma actual de programación en la empresa es de 113 Km, mientras que en la propuesta es de 62,08, lo cual implica que los camiones se estarían utilizando menos con el nuevo método. En cuanto al tiempo de operación por punto de recolección, es mayor el de la propuesta que el actual, lo cual podría explicarse porque los camiones estarían más ocupados recogiendo flores que en viajes de ida y retorno hacia el depósito. En cuanto a la cantidad recogida en tallos, se observa que es mucho más eficiente el sistema propuesto por cuando casi se duplica la cantidad recogida (17.999 vs 8.732 del método actual).

A partir de la obtención de la ecuación general de costo diario de operación y de las demás restricciones del sistema, mediante el análisis de regresión lineal multivariado y posterior optimización del mismo a través del planteamiento y resolución de un modelo de programación lineal, se establece que el punto óptimo de reabastecimiento es del 76% de la capacidad de carga de los camiones. Éste valor garantiza un costo mínimo (\$120.590) y el cumplimiento de las restricciones de tiempo (9,75 horas diarias como máximo) de operación, distancia mayor a 40 Km, capacidad restante en el camión superior a 6.666 tallos y cantidad acumulada cercana a 25.185 tallos.

Tabla 2  
Resultados optimización salidas simulación

Costo Diario \$	Distancia	Tiempo total	Cantidad restante	Cantidad acumulada	Punto de reabastecimiento
120.590	40	9,749	6666	25185	0,76

Fuente: Elaboración propia

Tabla 3  
Comparativo de indicadores de desempeño del sistema

Variable	Actual		Propuesta		Indicadores		Unidades	%	Efecto
	Media	Desv. Estand.	Media	Desv. Estándar	Actual	Propuesta			
Distancia (Km)	113,00	21,88	62,08	21,49	77	290	Tallos/Km	73	Incremento
Tiempo por punto de recolección (Horas)	1,07	1,42	1,71	0,15	18.638	14.482	\$/hora de operación	-29	Disminución
Cantidad Recogida (Tallos)	8.732	12.863	17.999	4.286	1.364	1.754	Tallos /hora	22	Incremento
Costo Diario de operación (Pesos colombianos)	119.321	21.448	148.586	24.273	13,66	8,26	\$/Tallo	-6	Disminución

Fuente: Elaboración propia

## 6. Discusión

Mediante las etapas de clusterización y diseño de rutas, se logra simplificar el problema al reducir un problema complejo a cinco sub-problemas de más fácil manejo y resolución. La asignación de rutas a camiones bajo un criterio de maximizar la utilización de la capacidad de los camiones, en vez de minimizar la distancia, podría ser una manera alternativa de resolución del problema.

El algoritmo de simulación de Montecarlo facilita la resolución del problema con múltiples variables estocásticas, aunque requiere una alta capacidad de procesamiento del equipo en el que se realiza.

Al levantar datos y hacer el respectivo tratamiento estadístico de entrada se pueden corroborar los supuestos de entrada: Las demandas, la presencia/ausencia de fincas, los tiempos de recorrido y de servicios son aleatorias y se pueden representar mediante un modelo matemático, ya sea una función de densidad o una distribución de probabilidad. El costo de operación de recogida depende de la distancia recorrida, la cantidad de nodos (fincas) visitados, el tiempo de operación (tiempo de viaje + tiempos de carga + tiempo descarga + esperas por documentos y otros trámites) y la cantidad transportada. Las condiciones de operación propias de cada sistema productivo se convierten en restricciones del modelo; los horarios de inicio y culminación de servicio, los turnos de trabajo de los conductores, los horarios de la planta son ventanas de tiempo; todo lo anterior condiciona y complejiza el sistema.

En cuanto al comportamiento de las variables, se pudo determinar que la demanda no podía ser incluida en la ecuación final de costo, se hace necesario pronosticarla mediante otro tipo de técnicas que no son objeto de éste trabajo.

El análisis de regresión multivariado permite generar un sistema de ecuaciones a optimizar, dando así respuesta al problema planteado inicialmente acerca de cuál sería el porcentaje de carga del camión a alcanzar, de tal manera que sea económico retornar a descargar. El análisis de regresión multivariado permitió generar una ecuación de costo diario de operación que depende de las variables distancia, tiempo, cantidad acumulada en el camión, cantidad restante (capacidad sobrante del camión) y punto de reabastecimiento. El modelo generado presenta un coeficiente de correlación del 99,8% el cual indica una alta medida de asociación lineal positiva entre las variables, y un coeficiente de determinación de 99,5%; es decir, en éste porcentaje las variaciones de costo son explicadas por variaciones de las variables independientes.

## 7. Conclusiones

En el caso de los modelos estocásticos de VRP la complejidad se incrementa debido a la aleatoriedad de los parámetros y variables a estudiar. En los últimos años los modelos estocásticos han presentado un interés particular. Se han planteado y solucionado modelos con demandas estocásticas, también donde la presencia o ausencia de nodos es probabilística y los tiempos de viaje y/o de servicio son estocásticos. En la revisión efectuada no se

encontraron propuestas donde todos los tres aspectos mencionados fueran tratados en una misma formulación, posiblemente debido a la complejidad de la misma.

El planteamiento de modelos para éste tipo de sistemas, donde la mayoría de las variables son estocásticas, es complejo; puesto que los niveles de variabilidad y la alta correlación entre los parámetros, no permiten el planteamiento de soluciones mediante métodos convencionales. Se hace necesario reducir el grado de dificultad de la solución mediante fases, las cuales combinan diferentes técnicas estadísticas y de optimización.

El modelo planteado con tres elementos estocásticos en la función objetivo y la restricción, mostro ser una solución a este tipo de problemas. Así mismo, el punto de reabastecimiento, expresado como una fracción que relaciona la cantidad acumulada en el camión y su capacidad, presenta gran incidencia en el valor de salida del costo, puesto que a medida que la cantidad acumulada se incrementa, el costo de oportunidad

Las empresas del sector floricultor presentan dificultades en cuanto a la gestión de la demanda. Los mercados internacionales son exigentes y cambiantes. Las flores son un producto que depende de la moda, por tal razón las combinaciones de colores, estilos y tipos de flores varían por temporadas. La producción de flores es estacional, en todo el año no se cosechan las mismas variedades y esto dificulta la planeación y programación de la producción. La principal causa de afectación al flujo de material sucede al inicio del proceso por falta de materia prima (flor), situación que produce cambios de última hora en el pedido original del cliente, o incumplimientos en plazos de entrega; con el incremento de costos y pérdida de imagen que esto acarrea.

En este contexto el modelo planteado permitió disminuir los costos de transporte y aumentar la eficiencia del sistema, de manera que su capacidad de respuesta es mayor que la metodología de recogida utilizada actualmente en la empresa. Esto conduce a la posible replica en otro tipo de empresas, donde se presente este problema de recogidas, siendo el caso de los productos de las empresas agroalimentarias y agroindustriales.

Como trabajos futuros se espera realizar la validación del modelo a casos de distribución y empresas alimentarias con alta variabilidad de la oferta.

## Referencias

- [1] Laporte, G., Louveaux, F. and Mercure, H., The vehicle routing problem with stochastic travel times, *Transportation Science*, 26 (3), pp. 161-170, 1992.
- [2] Gendreau, M.L.G.S.R., A Tabu Search Heuristic for the Vehicle Routing Problem with Stochastic Demands and Customers, *Operations Research*, 44 (3), pp. 469-477, 1996.
- [3] Golden, B., Raghavan, S. and Wasil, E., *The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges*, 2008.
- [4] Erera, A.L., Morales, J.C. and Savelsbergh, M., *The vehicle routing problem with stochastic demand and duration constraints*, Atlanta, Georgia, 2010.
- [5] Gendreau, M., *Memorias del 42° Simposio Brasileiro de Investigación de Operaciones*, 2010.
- [6] Hsu, C.-I., Hung, S.-F. y Li, H.-C., Vehicle routing problem with time-windows for perishable food delivery, *Journal of Food*



- Engineering, 80 (2), pp. 465-475, 2007.
- [7] Amorim, P. and Almada-Lobo, B., The impact of food perishability issues in the vehicle routing problem, *Computer & Industrial Engineering*, 67, pp. 223-233, 2014.
- [8] Osvald, A. and Zadnik-S.L., A vehicle routing algorithm for the distribution of fresh vegetables and similar perishable food, *Journal of Food Engineering*, 85, pp. 285-295, 2008.
- [9] Chen, H.-K. and Chang, M.-S., Production scheduling and vehicle routing with windows time for perishable food products, *Computers & Operations Research*, 36, pp. 311-2319, 2009.
- [10] Bianchi, L., Birattari, M., Chiarand, M., Mastrolilli, M., Paquete, L., Rossi-Doria, O. and Schiavinotto, T., metaheuristics for the vehicle routing problem with stochastic demand.
- [11] Tan, K., Cheong, C. and Goh, C., Solving multiobjective vehicle routing problem with stochastic demand via evolutionary computation, *European Journal of Operational Research*, 177, p. 813-839, 2007.
- [12] Charnes, A. and Cooper, W., Chance-constrained programming, 1959, pp. 73-79.
- [13] Madansky, A., Methods of Solution of linear programs under uncertainty, 10, 1962, pp. 463-471.
- [14] Sampieri-H., R., Fernández-Collado, C. y Baptista-Lucio, P., Metodología de la Investigación, México, México DF: Mc Graw Hill, 2006.
- [15] Hurtado de Barrera, J., Metodología de la investigación holística, Tercera ed., Caracas: Fundación Sypal, 2000.
- [16] Guadarrama-G., P., Dirección y asesoría de la investigación científica, Bogotá: Magisterio, 2009.
- [17] Pixelis Maps, [on line]. [date of reference August 15<sup>th</sup> of 2012] Available: <http://www.maps.pixelis.es/>.
- [18] Hansonn, R. and Finnsgard, C., Impact of unit load size on in-plant materials supply efficiency, *International Journal Production Economics*, 147, pp. 46-52, 2014.
- [19] Christiansen, C. and Lysgaard, J., A column generation approach to the capacitated vehicle routing problem with stochastic demand, Dinamarca, 2006.
- [20] Laporte, G., Louveaux, F.V. and Mercure, H., A priori optimization of the probabilistic traveling salesman problem, *Operations Research*, 42 (3), pp. 543-549, 1994.
- [21] Yepes-P., V., Optimización heurística económica aplicada a las redes de transporte tipo VRPTW, Dr. Thesis. Valencia, Spain. 2002.
- [22] Hongtao, L., Laporte, G. and Guo, B., A generalized variable neighborhood search heuristic for the capacitated vehicle routing problem with stochastic services times, *Sociedad de Estadística e Investigación Operativa*, 2011.
- [23] Rei, W., Gendreau, M. and Soriano, P., A hybrid Monte Carlo local branching algorithm for the single vehicle routing problem with stochastic demands, *Transportation Science*, 44 (1), pp. 136-146, Febrero 2010.
- [24] M.L.G., Gendreau, H.A., An approximation algorithm for the traveling salesman problem with backhauls, *Operations Research*, 45 (4), pp. 639-641, 1997.
- [25] Universidad de Granada, [En línea]. [fecha de consulta Agosto 15 de 2012]. Disponible en: <http://ugr.es/~bioestad/private/cpfund7.pdf>.
- [26] Wiston, W.L., Investigación de Operaciones. Aplicaciones y Algoritmos., Cengage Learning, 2010.
- [27] Hillier, F. y Lieberman, G.J., Introducción a la Investigación de Operaciones, Mc Graw Hill, 2010.
- [28] Guasch, A., Piera, M.Á., Casanovas, J. y Figueras, J., Modelado y simulación. Aplicación a procesos logísticos de fabricación y servicios, 1ª ed., Barcelona, Catalunya: Ediciones de la Universidad Politécnica de Catalunya, 2002, 358 P.
- [29] Balci, O. and Sargent, R., Simulatter, 1984.
- [30] Balci, O. and Sargent, R., Communications of ACM, 1981.
- [31] Balci, O. and Ormsby, W.F., Proceedings of the winter simulation Conference, 2000.
- [32] Balci, O., Ormsby, W., Carr III, J. and Saadi, S., Proceedings of the winter simulation Conference SCS, 2000.
- [33] Sargent, R., Winter simulation conference, 1999.
- [34] Arthur, J. and Nance, R., Proceedings of the winter simulation conference, SCS, 2000.
- [35] Law, A. and Kelton, W., Mc Graw Hill, 2000.

**E.C. Gonzalez-L.**, es Ingeniera Industrial, MSc. en Ingeniería Industrial, de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia, es Docente e Investigadora Universidad Católica de Colombia, en las áreas de Investigación de Operaciones, Producción y Gestión de Proyectos. Actualmente es estudiante de Doctorado Universidad EAN, Colombia.

**W. Adarme-Jaimes**, es Ingeniero Industrial de la Universidad Industrial de Santander, Colombia, MSc en Ingeniería Industrial, PhD en Ingeniería Industria y Organizaciones ambos de la Universidad Nacional de Colombia, es Docente investigador en Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá, Colombia, y Líder grupo SEPRO.

**J.A. Orjuela-Castro**, es Ingeniero de Alimentos, Ingeniero Industrial y Esp. en Ingeniería de Producción de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia, MSc. en Investigación de Operaciones y Estadística de la Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia, actualmente estudiante de Doctorado Universidad Nacional de Colombia, Docente investigador en Logística en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Distrital, Colombia y Líder grupo GICALyT.



**UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA**

SEDE MEDELLÍN  
FACULTAD DE MINAS

Área Curricular de Ingeniería Administrativa e  
Ingeniería Industrial

Oferta de Posgrados

Especialización en Gestión Empresarial  
Especialización en Ingeniería Financiera  
Maestría en Ingeniería Administrativa  
Maestría en Ingeniería Industrial  
Doctorado en Ingeniería - Industria y  
Organizaciones

Mayor información:

E-mail: [acia\\_med@unal.edu.co](mailto:acia_med@unal.edu.co)  
Teléfono: (57-4) 425 52 02