II. UN POCO DE HISTORIA

El invento de los logaritmos constituyó un gran adelanto en materia de cálculos. El concepto más generalizado entre los historiadores es que este invento surgió del trabajo de varios matemáticos del siglo XVII con la relación entre progresiones geométricas y progresiones aritméticas con el fín de facilitar el trabajo de computación que se hacía por medio de las complicadas tablas trigonométricas. (10)

Aunque el concepto de la "progresión geométrica" formada por las potencias sucesivas de un mismo número, remonta a los egipcios y babilonios y era familiar a los griegos, vuelve a aparecer en la Edad Media con el matemático francés Nicolás Oresme, (siglo XIV), quien además introdujo el exponente fraccionario, pero sólo encuentra la resonancia adecuada un siglo más tarde con N. Chuquet. Este enuncia nuevamente la regla de Euclides: $a^m\, a^n = a^{m+n}$, emplea el exponente cero y exponentes negativos, contribuyendo así al advenimiento de los logaritmos y la construcción de tablas. (3)

Los dos intentos más afortunados para construír tablas logarítmicas fueron los realizados casi simultáneamente en los albores del siglo XVII, pero en forma independiente y con enfoques distintos por John Napier, un barón inglés, y por Jobst Bürgi, un relojero en la corte suiza.

Algunos historiadores matemáticos creen sin embargo que explicar los logaritmos por medio de exponenciales puede llevar a confusiones históricas, ya que la concepción de la función exponencial propiamente dicha, data sólo de la última parte del siglo XVII. Napier no tenía noción de una base. A los logaritmos naturales, o de Napier, a pesar de que aparecieron contemporáneamente con los de Briggs, no se les reconoció su importancia fundamental sino cuando el cálculo infinitesimal se entendió mejor. (9)

Es más, el matemático historiador Lord Moulton (citado por 9) refiriéndose al trabajo de Napier, expresa más o menos textualmente: "El invento de los logaritmos vino al mundo como un relámpago de los cielos. Ningún trabajo previo condujo a él, ni lo previó, ni anunció su llegada. Es algo aislado, que se introduce en el pensamiento humano abruptamente sin tomar nada prestado del trabajo de otros intelectuales y sin seguir líneas conocidas del pensamiento matemático".

Napier trabajó por lo menos 20 años en la teoría. Su idea era simplificar las multiplicaciones que se hacían con la ayuda de tablas trigonométricas y sólo después se extendió el resultado a otras operaciones y a números en general. Se cree que Napier llegó a su descubrimiento por la relación :

$$\text{Sen } A \text{ Sen } B = \tfrac{1}{2} \left(\text{Cos } (A - B) - \text{Cos } (A + B)\right)$$

ya que de lo contrario resulta inexplicable la restricción de la aplicación de una idea tan brillante sólo a senos. (9)

En tiempos de Napier, sen Ø era una recta, y no una razón. El radio r se denominaba "Sinus Totus" y cuando éste era igual a la unidad la longitud del seno se indicaba simplemente por seno Ø. Si r no era la unidad, la longitud era r seno Ø. Con esta aclaración veamos la definición de logaritmo de Napier: "El logaritmo de cualquier seno es un número que tiende a representar a una recta muy de cerca, que aumenta en forma proporcional al decrecimiento de la recta del seno, estando ambos movimientos sincronizados y siendo el comienzo igualmente suave". (9)

Luego, la idea original de Napier expresada en la publicación de 1614 de su "Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio" fué la de construír dos sucesiones de números relacionados de tal manera que cuando la una se incrementara en una progresión aritmética, la otra disminuyera en una geométrica. Así, el producto de dos números en la segunda sucesión tenía una relación sencilla de la suma de los números correspondientes en la primera y la multiplicación se podía reducir a una adición. Con este sistema Napier podía facilitar considerablemente el trabajo de computación con senos. (10)

La definición de Napier, además, se ha interpretado como un reconocimiento implícito por parte de este inventor, de que la propiedad de que el logaritmo de un producto es igual a la suma de los logaritmos de los factores, implica que la rata de variación del logaritmo es proporcional a $1/x$ y el hecho de que las tablas originales de Napier fueran logaritmos naturales, sugieren que en un principio él escogió a 1 como factor de proporcionalidad. (2)

El primer intento de Napier era algo complicado, ya que sus dos sucesiones correspondían a la fórmula moderna: $y = ae^{x/a}$ ó $x = \log \text{Nap.} y$, en la cual $a = 10^7$. Esto tenía el inconveniente de que dada $x = x_1 + x_2$ no permitía obtener :

$$y = y_1 y_2 \quad \text{sino} \quad y = \frac{y_1 y_2}{a}$$

Este sistema no satisfizo a Napier quien se lo comunicó a su admirador, Henry Briggs, un profesor de Gresham College de Londres y después profesor de Oxford, y en conjunto decidieron acudir a la función, que en escritura moderna equivale a

$$y = 10^x$$

para la cual $x = x_1 + x_2$ producía $y = y_1 y_2$

Esto porque se vió la conveniencia de que 0 fuera el logaritmo de la unidad (o el logaritmo del seno entero), que en el sistema anterior no lo era. (10)

Una expresión de los dos sistemas en notación moderna es, (9):

Napier: $\log y = a(\log_e r - \log_e y)$, en donde $a = 10^7$

Briggs: $\log y = 10^{10} (10 - \log_{10} y)$

Napier (sugerencia posterior): $\log y = 10^9 \log_{10} y$

El valor real de la proposición de Briggs en ese tiempo era que él consideraba valores de logaritmos 10^x para todo valor x. Esto constituyó una mejorasustancial al intento original. Briggs, después de la muerte de Napier trabajó en su sugerencia y publicó en 1624 su "Arithmetica Logarithmica" que contenía los logaritmos de "Briggs" con 14 cifras para los enteros de 1 a 20.000 y de 90.000 a 100.000. La brecha entre 20.000 y 90.000 la llenó Ezechiel De Decker, un ingeniero holandés, el cual ayudado por Vlacq publicó en Gouda, en 1627 una tabla de logaritmos completa. (10)

El término "logaritmo" significa "número razón" y se debe a Napier (1619). Briggs introdujo (1624) la palabra "mantisa" que significaba "apéndice". De igual manera sugirió la palabra "característica" que se usó en la edición de Vlacq de 1627. La característica se imprimía en las primeras tablas y sólo bien avanzado el siglo XVIII se generalizó la costumbre de escribir sólo las mantisas. (9)

El nuevo invento fué muy bien recibido por los matemáticos y astrónomos, en particular por Kepler, quien había tenido una larga y dolorosa experiencia con computaciones elaboradas.

A pesar de que Napier publicó su trabajo en 1614, los manuscritos de Bürgi son anteriores a 1610 y por eso se cree que desarrolló su teoría en forma independiente de Napier. El hecho de que Napier trabajara originalmente con senos, lleva a decir que el enfoque de su trabajo fué geométrico. En Bürgi, por el contrario, se habla de un enfoque algebraico pues su trabajo se basa más directamente en la relación entre series geométricas y aritméticas.

Si se toman las dos series:

0	1	2	3	4	5	6	7 ...
1	2	4	8	16	32	64	128 ...

vemos que la segunda corresponde a:

$$2^0 \quad 2^1 \quad 2^2 \quad 2^3 \quad 2^4 \quad 2^5 \quad 2^6 \quad 2^7 \ldots$$

De lo anterior se deduce que:

$$2^3.2^4 = 2^7 = 2^{3+4} \qquad (2^2)^3 = 2^6 = 2^{2.3}$$

$$2^7:2^3 = 2^4 = 2^{7-3} \qquad (2^4)^{\frac{1}{2}} = 2^2 = 2^{4.\frac{1}{2}}$$

que son las leyes fundamentales de los logaritmos. (9)

Michael Stifel en 1544 ("Arithmetica Integra") fué uno de los autores que más claramente enunció estas leyes relativas a las bases, y tal vez por eso muchos autores consideran que fue el primero en enunciarlas, pero ya Chuquet en 1484 se había referido a ellas como "un secreto" de los números proporcionales. (9)

Además, Rudolff en "Künstliche Rechnung" en 1526 estableció claramente el principio de la multiplicación y este trabajo tuvo mucha influencia sobre Stifel, quien a su vez ejerció influencia sobre Bürgi. Stifel usó las series antes mencionadas,

0	1	2	3	4	5	6	7	8
1	2	4	8	16	32	64	128	256

llamando "exponentes" a los miembros de la primera, e indicando que los exponentes de los factores se suman para producir el exponente del producto y se sustraen para producir el exponente del cociente, deduciendo así que la suma en progresiones aritméticas, corresponde al producto en progresiones geométricas, la resta a la división, la multiplicación a potenciación y la división a extracción de raíces. Stifel además vió la importancia de los exponentes negativos para la base seleccionada usando series del tipo:

-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
1/8	1/4	1/2	1	2	4	8	16	32	64

Ninguno de los escritores posteriores a Stifel y que se ciñeron mucho a él, incluyendo a Bürgi, usaron los exponentes generales esenciales a los logaritmos, pero el hecho de que reconocieran las cuatro leyes fue de mucha utilidad. (9)

En 1620 Jobst Bürgi publicó "Progress Tabulen", en las cuales se nota mucho la influencia de Stifel a través de Simon Jacob. Estas tablas se publicaron en Praga y son simplemente una lista de antilogaritmos con base 1,0001. Los logaritmos aparecieron impresos en color rojo en la línea superior de la página y en la columna de la izquierda y los antilogaritmos en color negro. Es por esto que Bürgi llamó al logaritmo "Die rothe Zahl" (el número rojo). Bürgi publicó sus tablas en 1620 y prometió un libro de instrucciones que nunca apareció. (9)

Durante más de tres siglos todos los cálculos complicados se realizaban con logaritmos. Casi no existió un descubrimiento científico o avance tecnológico que no usara este invento en forma directa o indirecta. La regla de cálculo, basada en los logaritmos, contribuyó a difundir el uso de este invento. Algunos historiadores sitúan los albores del invento de este instrumento de cálculo tan temprano como 1632 y se lo atribuyen al matemático inglés Oughtred. (2), (9)

Recientemente, el uso de computadoras modernas ha hecho que las tablas logarítmicas y la regla de cálculo resulten obsoletas. Sin embargo, la obra de Napier sigue teniendo vigencia, por las importantes funciones que introdujo, la logarítmica y la exponencial, funciones que sirven para interpretar y resolver numerosos problemas en las más diversas ramas de la ciencia y de la técnica.