La estructura multiplicativa análisis disciplinar y didáctico. Una propuesta pedagógica para los niños del grado segundo de la institución educativa veinte de julio de la ciudad de Acacias (Meta)

Fabio Esposito Guevara

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de ciencias
Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales
Bogotá, Colombia
2012

La estructura multiplicativa análisis disciplinar y didáctico. Una propuesta pedagógica para los niños del grado segundo de la institución educativa veinte de julio de la ciudad de Acacias (Meta)

Fabio Esposito Guevara
Código: 01186706

Trabajo de grado como

Requisito para optar al título de:

Magister en enseñanza de las ciencias exactas y naturales

Directora:

M.S.C. en Matemáticas Martha Cecilia Moreno Penagos

Línea de Investigación:

Desarrollo de herramientas didácticas

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de ciencias

Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Bogotá, Colombia

2012

Una visión del futuro sin acción
Es simplemente un sueño
Una acción sin visión del futuro
Carece de sentido
Una visión del futuro puesta en marcha
Puede cambiar el mundo.

Joel ArturthBarker

Agradecimientos

El autor expresa sus agradecimientos a las siguientes personas:

A mi suegra, mi esposa y mis hijos quienes sin su apoyo y compresión no hubiera cumplido esta meta.

A la profesora Martha Cecilia Moreno Penagos, quien como directora del trabajo me supo orientar y ayudar.

A la profesora Hardy Gualteros docente de grado 2D de la institución educativa Veinte de Julio quien permitió la experiencia con los niños.

Resumen

La Institución Educativa Veinte de Julio de la ciudad de Acacias (Meta) no obtuvo buenos resultados en la anteriores pruebas saber de grado quinto, quedando de última posición entre los colegios del municipio de Acacias; cuando se analizaron los resultados de los estudiantes que obtuvieron una valoración de deficiente en la mencionada prueba, se observó que de ellos el 43% correspondían a matemáticas mientras que el 21% ciencias naturales y el 18% lenguaje. En el área de matemáticas se encuentra que el bajo rendimiento se presenta en las componentes: geométrico-métrica y numérico-variacional. Los resultados generaron una alta preocupación y se pensó en precisar en todas las áreas y particularmente en la de matemáticas en qué puntos exactamente habían más falencias por lo que se realizaron pruebas de diagnóstico de varios de los temas fundamentales, entre ellos una sobre multiplicaciones básicas la cual se aplicó a los estudiantes de grado tercero tomando de forma aleatoria 4 estudiantes de cada curso, después de valorada la prueba se encontró de nuevo que un alto porcentaje (40%) de los estudiantes que presentaron la prueba la reprobaron. Esta situación obliga a crear planes de acción para tratar de mejorar el nivel de los estudiantes, se detectó a partir de la prueba que los problemas más grandes están en el concepto y la identificación de problemas que se resuelven con multiplicación, sumado a esto el bajo dominio de los algoritmos y el hecho que no recuerdan las tablas de multiplicar; como integrante del departamento de Matemáticas de la Institución consideré que siendo el tema de las multiplicaciones clave en el desarrollo matemático futuro de los estudiantes, pensé en generar una propuesta didáctica para ayudar a mejorar los problemas detectados y en este trabajo se diseñó un software especializado para niños de grado segundo,el cual sirva de herramienta en los procesos de enseñanza-aprendizaje en estructuras multiplicativas, que a partir de una herramienta tan motivante los niños refuercen el concepto, identifiquen los modelos básicos de problemas que se pueden trabajar con la multiplicación, aprendan nuevos algoritmos y aprendan las tablas.

Palabras clave: Pruebas saber – Ambientes de aprendizaje – Componente geométrico-métrica – Componente numérico-variacional -Estructuras multiplicativas - software especializado

Abstract

The Twentieth of July Educational Institution City Acacias (Meta) did not get good results in previous tests of fifth graders know, being in last position among the schools in the municipality of Acacias, when we analyzed the results of students who obtained a poor assessment in that test, we observed that 43% of them corresponded to math while 21% science and 18% language. In the area of mathematics is that poor performance occurs in components: geometric-variational and numerical metric. The results generated a high concern and require thought in all areas and particularly in mathematics at which points exactly had more failures so that diagnostic tests were performed on several key issues, including one on the basic multiplication was applied to the third grade students taking at random 4 students from each course, after the test is evaluated again found that a high percentage (40%) of students who took the test failed. This situation forces you to create action plans to try to improve the level of students, was detected from the test that the biggest problems are in the concept and identification of problems that are solved with multiplication, addition to that the low domain algorithms and the fact they do not remember the multiplication tables, as a member of the Mathematics department of the institution considered to be the key issue of multiplications in future mathematical development of students, I thought to generate a methodological approach to help to improve the problems identified in this paper and design a specialized software for children second grade, which serve as a tool in the teaching and learning in multiplicative structures, which from a motivational tool as children reinforce the concept, identify the basic patterns of problems that can work with multiplication, learn new algorithms and learn the tables.

Keywords: You prove to know. you Set of learning. geometric-metric Component. Componentnumeric-variacional – Structuremultiplicative - specialized software

Contenido

Pág.

Resumen ... IX

Lista de figuras ... XII

Introducción ... 13

1. Historia de la multiplicaciôn ... 3
   1.1 La multiplicación en la prehistoria. ... 4
   1.2 La multiplicación en Babilonia ... 5
   1.3 La multiplicación en la India ... 6
   1.4 La multiplicación en la China ... 8
   1.5 La multiplicación en Egipto ... 10
   1.6 La multiplicación en el siglo XVII ... 12
   1.7 El Teorema de Thales y la multiplicación ... 14

2. La multiplicación en los números naturales ... 17
   2.1 Definiciones de multiplicaciones ... 17
   2.1.1 Multiplicación como ley de composición interna ... 18
   2.1.2 Multiplicación como suma abreviada ... 19
   2.1.3 La multiplicación definida en forma recursiva ... 21
   2.2 Modelos para la multiplicación ... 22
   2.2.1 La multiplicación como la razón ... 22
   2.2.2 La multiplicación como combinación ...
   2.2.3 La multiplicación como comparación ... 25
   2.2.4 La multiplicación como área ... 26
   2.2.5 La multiplicación como geometría ... 28
   31

3. La propuesta didactica ... 33

4. Conclusiones ... 35

Bibliografía ... 37

Lista de figuras

Pág.

Figura 1-1: Hueso de Ishango………………….……………………………………………… 4
Figura 1-2: Pirámide cuadrada truncada……………………………………………………… 5
Figura 1-3: Ubicación del multiplicador y el multiplicando utilizando el método Indu. 7
Figura 1-4: Multiplicación utilizando el método Indu …………………………………… 7
Figura 1-5: Ubicación del multiplicador y el multiplicando utilizando el método chino 8
Figura 1-6: Multiplicación utilizando el método chino ………………………………… 9
Figura 1-7: Resultado de la multiplicación utilizando el método chino ……………… 9
Figura 1-8: Huesos de Napier…………………………………………………………… 12
Figura 1-9: Multiplicación utilizando los huesos de Napier…………………………… 13
Figura 1-10: Resultado de la multiplicación utilizandolos huesos de Napier………….. 13
Figura 1-11: Teorema de Thales………………………………………………………… 14
Figura 1-12: Teorema de Thales en el plano cartesiano…....................................... 15
Figura 2-1: Ejemplo de multiplicación como suma abreviada ……………….……… 20
Figura 2-2: Ejemplo de suma abreviada como distribución rectangular……………... 21
Figura 2-3: Ejemplo multiplicación geometría…………….……………………………… 29
Figura 2-4: Teorema de Thales ……………………………………………………………….. 30
Figura 2-5: Aplicación teorema de Thales………………………………...…………….. 30

Introducción

La última prueba saber del año 2009, aplicada a los estudiantes de primaria del colegio veinte de julio de la ciudad de Acacias (Meta) arrojo como resultado que un alto porcentaje de estudiantes obtuvieron una calificación deficiente en el área de matemáticay más exactamente en las componentes geométrico-métrico y numérico-variacional, el análisis de los resultados de esta prueba fue corroborado con unas pruebas adicionales aplicadas en la Institución y permitieron identificar los problemas más relevantes, entre ellos la deficiencia que tienen los estudiantes de primaria en sus estructuras multiplicativas, esto como resultado de una mala práctica pedagógica por parte de los docentes de matemáticas, quienes se han limitado exclusivamente a darle especial importancia a la memorización de las tablas de multiplicar y el manejo del algoritmo de la multiplicación, sin involucrar al estudiante en la resolución de problemas contextualizados asociados con los diferente modelos de la multiplicación (razón, combinación, suma abreviada, área, etc) y sin dejar que el estudiante interiorice el concepto de multiplicación.

Esta situación motivo el desarrollo de una propuesta alternativa que logre en principio ser motivadora para los estudiantes y que comprenda varios tópicos entre ellos: el manejo del concepto (que el niño entienda que es multiplicar números naturales), que le permita a los niños identificar los modelos de problemas asociados con la multiplicación, que le muestre algoritmos alternativos al tradicional considerando para ello algunos de los utilizados por nuestros ancestros que son simples y una buena opción para que el niño pueda hacer productos de manera simple y en algunos casos de forma divertida y adicionalmente que le permita aprender las tablas de multiplicar de manera lúdica. Esta propuesta se consolidó en el desarrollo e implementación de un software especializado que sirve de apoyo al docente de matemáticas, en el momento de abordar el tema de las estructuras multiplicativas en grado segundo de la educación básica primaria. El software está elaborado usado herramientas de multimedia entre ellas el sonido de tal forma que si aún en este nivel se presentan dificultades en las habilidades lectoras no sea este un impedimento a la hora de utilizarlo. La aplicación está compuesta por seis módulos, el primero "Historia de la matemática" explica al niño a través de un video algunos episodios de la historia de la matemática, como un mecanismo de motivación hacia esta área.

El segundo módulo se denomina "Definición de la multiplicación como suma abreviada" a través de éste se quiere dar la definición de la multiplicación como una suma abreviada, debido a que es el concepto más apropiado para trabajar con los niños de grado segundo ya que se parte de los presaberes de ellos, como es la suma, a través de este módulo es importante entender que se introduce al niño el símbolo "X".

Es importante mencionar que en la unidad anteriormente relacionada se plantea a los niños la necesidad de aprender las tablas de multiplicar, razón por la cual el modulo tres se denomina "Aprendamos las tablas de multiplicar", a través de esta unidad didáctica se pretende abrir que los niños de grado segundo memoricen las tablas de multiplicar a través de videos además se incluye un formulario en que el niñopuede practicar las tabla y el software le califica para evaluar el avance en la memorización de las tablas.

En el cuarto modulo "La multiplicación como razón y combinación" se plantean dos modelos de la multiplicación a saber: la combinación y la razón debido a que son las dos presentaciones más apropiadas para las estructuras mentales con que cuentan los niños del grado segundo. Esta es la unidad con mayor aplicación hasta el momento debido a que se debe dar la oportunidad al estudiante para que razone y solucione problemas del contexto y darle la posibilidad de que entienda en qué tipo de problemas se puede aplicar la multiplicación.

Una vez que el niño, tenga en parte el dominio de las tablas de multiplicar, se pretende que el docente lo lleve al algoritmo de la multiplicación, el que aparece en el módulo "Algoritmos de la multiplicación" con la siguiente secuencia: primero el algoritmo de la multiplicación tradicional: con una cifra sin acarreo, luego algoritmo de la multiplicación con una cifra y con acarreo, enseguida el algoritmo de la multiplicación con dos cifras y por último el algoritmo de la multiplicación para 3 cifras. Es importante resaltar que este módulo utiliza audio con el fin de apoyar la explicación de cada algoritmo.

Una vez que el niño haya pasado por cada una de las etapas antes mencionadas se le explica otras técnicasu algoritmos que se utilizaban en la antigüedad para el cálculo de la multiplicación, lo incluido en el módulo “Multiplicación en la antigüedad”. Es importante resaltar que los docentes del área de matemáticas de los grados segundos al abordar el tema de la multiplicación pretenden que los niños memoricen el algoritmo sin permitirles que exploren otras opciones y es aquí donde toma gran importancia este módulo del software especializado.

El ultimo módulo el 7 titulado “Resolvamos problemas utilizando la multiplicación” pretende ser una guía de trabajo para que los niños la trabajen y puedan poner en práctica todos los conocimientos adquiridos durante el desarrollo de la aplicación.

Esta propuesta cuenta con un cd adjunto en el cual viene un manual de instalación del software y el instalador para que el docente lo instale en la computadora cuando lo requiera.

La consolidación de la propuesta se logró después de hacer una revisión de varios documentos que aportaron conocimientos sobre la evolución a través de la historia de las estructuras multiplicativas y permitieron la identificación de los diferentes modelos asociados con la multiplicación.

1.Historia de la multiplicación

Cuando se hace referencia a la multiplicación, se entra al campo de la aritmética que es la rama de las matemáticas que consiste en el arte de contar (siendo la primera necesidad matemática que tuvo la humanidad), de allí nacen los números pues se usaban para representar las cantidades, cada civilización invento su propio sistema numérico.

Con la sola acción de contar se podrían realizar las cuatro operaciones elementales cuando sólo se involucre números naturales, como lo demuestra Richard Phillips FEYNMANN (norteamericano, 1918-1988), premio Nobel en Física:

…..***Supongamos que estamos hablando a un grupo de gente que sabe contar, pero no sabe sumar ni restar y queremos darles una idea de cómo se hace una resta. Como ejemplo tenemos el número 584 y queremos restarle el número 236. Hacemos esta operación contando primero 584 porotos que vamos poniendo en una olla. Después sacamos, uno a uno 236 porotos. Finalmente contamos los porotos que quedan en la olla (348) y éste es el resultado de la resta...***

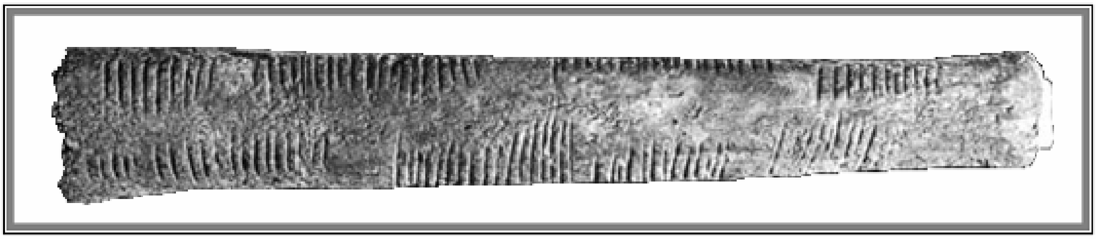
El método es eficaz, ya que se logra el resultado propuesto, pero es altamente ineficiente, es por eso que los matemáticos de cada civilización (usando su propio sistema numérico) comenzaron a desarrollar métodos más eficientes para realizar las operaciones entre los números, como es el caso de la multiplicación.

Hoy en día contamos con un sistema de números estándar para el mundo (el sistema decimal) el cual nos lleva a un mismo algoritmo para la multiplicación, pero ¿cómo hacían las civilizaciones antiguas para realizar la multiplicación?, a continuación se describe el método que alguna de ellas utilizaron (hay que tener en cuenta que la complejidad depende de la simbología y el sistema numérico utilizado).

1.1 La multiplicación en la prehistoria

En el caso del desarrollo de la multiplicación, no existe un registro histórico que acredite esta operación matemática a un autor en especial, en general cada civilización fue generando su propio método para multiplicar, sin embargo la prehistoria de la aritmética cuenta con algunos elementos, siendo el más importante de ellos elconocido como hueso de Ishangoel cual se muestra en la Figura 1-1, encontrado a las orillas del Nilo (África), y que fue hechoalrededor de 18000 a 20000 años antes de Cristo.

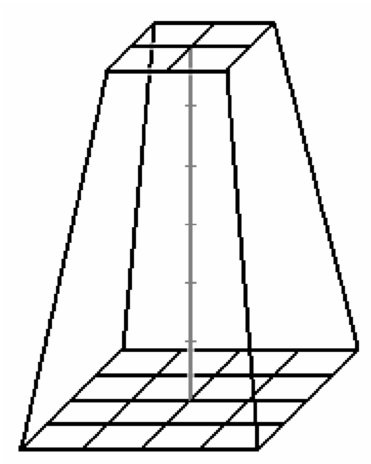
Figura 1-1: Hueso de Ishango



El hueso tiene una serie de muescas que indican procesos de multiplicación y división por dos, una columna con números impares y los primos que existen entre el número 10 y el 20 (11, 13, 17 y 19), demodo que debemos interpretar que quien lo hizo conocía el concepto de la multiplicación y división. Unhueso parecido de 37.000 años de antigüedad fue encontrado en Swazilandia (África). Otro, con 57muescas que data de 32.000 años fue encontrado en Checoslovaquia. En 1.850 años antes de Cristo los babilonios tenían sólidos conocimientos de casi todos los aspectos de laaritmética elemental. Se encontraron medio millón de tablitas de cerámica con escritura cuneiforme yunas 400 son de matemáticas. En la tablitas hay tablas de multiplicar, trabajos con fracciones, resoluciónde ecuaciones lineales, etc.

Alrededor del año 1.650 antes de Cristo los egipcios escribieron los que hoy se conocen como papirosmatemáticos de Moscú, Rhind y Berlín, donde se describen algoritmos para la multiplicación, el uso defracciones y cálculos sumamente complicados, como determinar el volumen de una pirámide cuadradatruncada de la Figura 1-2.

Figura 1-2: Pirámide cuadrada truncada



1.2 La multiplicación en Babilonia

Los babilónicos fueron de lo más infatigables compiladores de tablas aritméticas que registra la historia. A ellos les era más fácil multiplicar que dividir. Tabulaban adaptando a base 60 que era la que ellos preferían. De esto se deduce que este pueblo 2000 A.C. eran expertos calculadores.Gran parte de las matemáticas babilónicas fueron escritas en tablas de arcilla mojada cocidas al sol. Los problemas que se planteaban eran sobre cuentas diarias, contratos, préstamos de interés simple y compuesto.Los babilonios utilizaron tablas de cuadrados encontradas y la siguiente fórmula para multiplicar:

$$a \cdot b = \frac{(a+b)^2}{4} - \frac{(a-b)^2}{4}$$

Ejemplo, multiplicar 15 por 3

Usamos:

Reemplazando $a \cdot b = \frac{(a+b)^2}{4} - \frac{(a-b)^2}{4}$

$$15 \cdot 3 = \frac{(15+3)^2}{4} - \frac{(15-3)^2}{4}$$

Por tanto $$15 \cdot 3 = \frac{(18)^2}{4} - \frac{(12)^2}{4}$$

$$15 \cdot 3 = \frac{324}{4} - \frac{144}{4}$$

Finalmente

$$15 \cdot 3 = 81 - 36 = 45$$

1.3 La multiplicación en la India

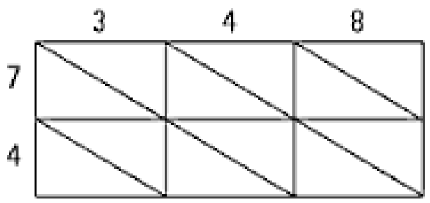
El sistema numérico hindúera decimal y posicional.

Los antiguos hindúes multiplicaban utilizando una cuadricula con las casillas divididas por la mitad, con tantas columnas como cifras teníael multiplicando y tantas filas como cifras tenía el multiplicador, se conocía como multiplicación en gelosia o multiplicación en celdillas o en cuadrilátero.

Ejemplo:

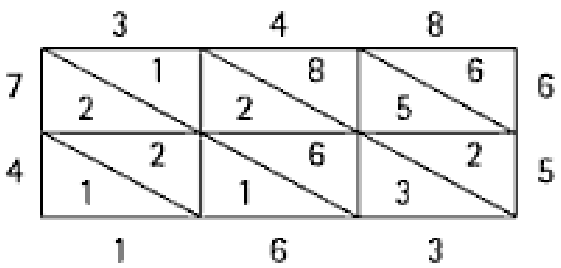
Multiplicar 348 por 47.En la fila superior se pone el multiplicando escrito normalmente (de izquierda a derecha), en el lado izquierdo el multiplicador empezando por abajo, como se ilustra en Figura 1-3.

Figura 1-3: Ubicación del multiplicador y multiplicando utilizando el método Hindú.



En la Figura 1-4 se observa que en cada una de las casillas se hace el producto de los dos dígitos que están en horizontal y vertical, y se separa por la diagonal la cifra de las unidades y de las decenas. Cuando tenemos todos los productos, se suman en diagonal, empezando por el ángulo superior derecho, llevando cuando sea necesario.

Figura No. 1-4: Multiplicación utilizando el método Hindú



En cada una de las casillas se hace el producto de los dos dígitos que están en la horizontal y vertical y separado por una diagonal la cifra de las unidades y de las decenas. Cuando tenemos todos los productos, se suman en diagonal, empezando por el ángulo superior derecho, llevando cuando se necesario. El producto es el número que resulta empezando por la fila inferior a la izquierda y acabando en el ángulo superior derecho: 348x47=16.356.

Este método es muy similar al usado en la actualidad ya que reduce los cálculos a productos de parejas de dígitos y suma los resultados de dichos productos; desde el punto de vista didáctico este algoritmo puede ayudar a los niños que se inician en la multiplicación pues la probabilidad de cometer errores se reduce.

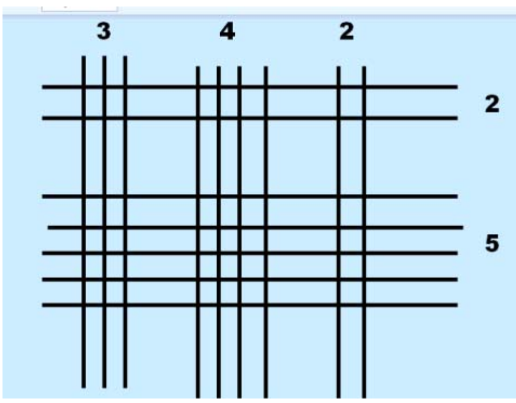
1.4 La multiplicación en la China

El sistema decimal usado por los chinos es de base 10 y posicional. Utiliza los ideogramas y usa la combinación de los números hasta el diez con la decena, centena, millar y decena de millar, los chinos multiplicaban con varillas de bambú. Las varillas se disponen en forma horizontal las que corresponden al multiplicando y en forma vertical las que corresponden al multiplicador.

Ejemplo:

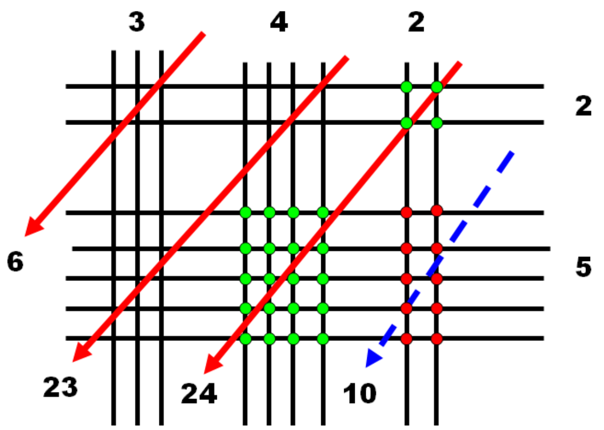
Para multiplicar 342 por 25, primero se toma el primer factor y se escribe en la parte superior, haciendo líneas por cada una de las cifras y lo mismo con el segundo factor pero colocándolo en la parte derecha, como se indica en la Figura 1-5.

Figura No. 1-5: Ubicación del multiplicador y el multiplicando utilizando el método chino



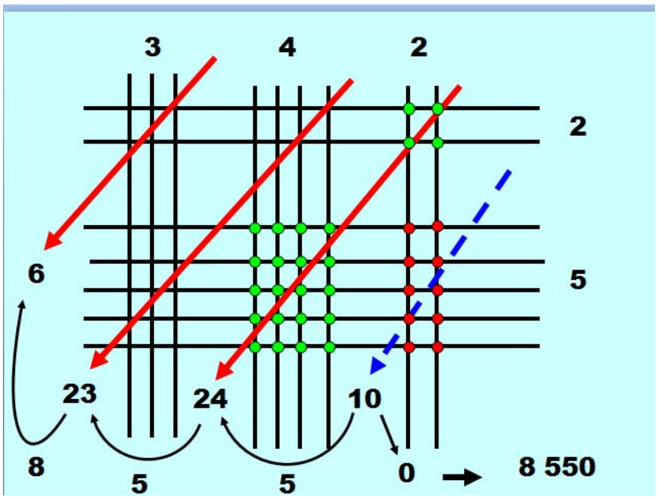
Luego se cuentan los puntos de intercepción que se originen al cruzarse las líneas, sumando estas intercepciones en diagonal, así como se ilustra en la Figura 1-6

Figura No. 1-6: Multiplicación utilizando el método chino.



Si hay dos cifras al contar las intersecciones, la cifra de las decenas se suma con la cifra inmediatamente anterior como se muestra a continuación en la Figura 1-7; y el número que se obtiene con los dígitos de la acción anterior es el resultado de la multiplicación.

Figura No. 1-7: Resultado de la multiplicación utilizando el método chino.



Este método es más sencillo que el algoritmo que utilizamos hoy en día, no requiere de la utilización de tablas de multiplicar, el niño relaciona conceptos geométricos y de conteo sería ideal para introducir el otro algoritmo, el inconveniente se presenta cuando el número de dígitos de los números a multiplicar es muy alto.

1.5 La multiplicación en Egipto

Desde el tercer milenio antes de cristo los egipcios utilizaban un sistema de numeración que permitía representar números, desde el uno hasta millones, con escritura jeroglífica, disponían del primer sistema desarrollado decimal –numeración de base 10. Aunque no era un sistema posicional, permitía el uso de grandes números y también describir pequeñas cantidades en forma de fracciones unitarias, alcanzaron un gran nivel en su manipulación aritmética demostraron que esta era esencialmente aditiva, es decir, que la multiplicación y la división las reducían, tal como lo hacen los niños y las calculadoras digitales a una serie de adiciones y sustracciones, el único multiplicador que utilizaban era el 2.

La evidencia histórica más importante de los aportes matemáticos de los egipcios es tal vez el papiro de Ahmesquien que data aproximadamente del año 1.660 A. C. el anverso del mismo, contiene una tabla de representaciones de la división de dos por los números impares desde el tres hasta el ciento uno, en forma de suma de fracciones egipcias. A dichas fracciones se las conoce también como fracciones unidad, y consisten en quebrados cuyo numerador es la unidad. El reverso del papiro, posee 87 problemas sobre las cuatro operaciones básicas, soluciones de ecuaciones, progresiones, volúmenes de graneros, la regla de los dos tercios, etc.

Los egipcios multiplicaban por un método que consistía en descomponer la multiplicación en una serie de sumas abreviadas, hallando sucesivamente la mitad al multiplicador (sin tener en cuenta la parte decimal y hasta llegar a 1) mientras duplicaban el multiplicando cada vez.

Ejemplo:

Multiplicar 21 por 123
Se coloca los números a multiplicarse en forma horizontal, así:

Multiplicador	Multiplicando
21	123
10	246
5	492
2	984
1	1968

Luego tachamos las líneas donde el multiplicador es par

Multiplicador	Multiplicando
21	123
~~10~~	~~246~~
5	492
~~2~~	~~984~~
1	1968

Y por último se suman los números que quedan en la columna del multiplicando:

21 x 123= 123 + 492 + 1968 = 2583.

Este algoritmo se basa en: el hecho que todo número natural se puede expresar como suma de potencias de dos y la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma, el ejemplo trabajado sería equivalente a:

$$21 \times 123 = (1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^4) \times 123$$

$$21 \times 123 = (1 + 4 + 16) \times 123$$

$$21 \times 123 = 1 \times 123 + 4 \times 123 + 16 \times 123$$

$$21 \times 123 = 123 + 492 + 1968$$

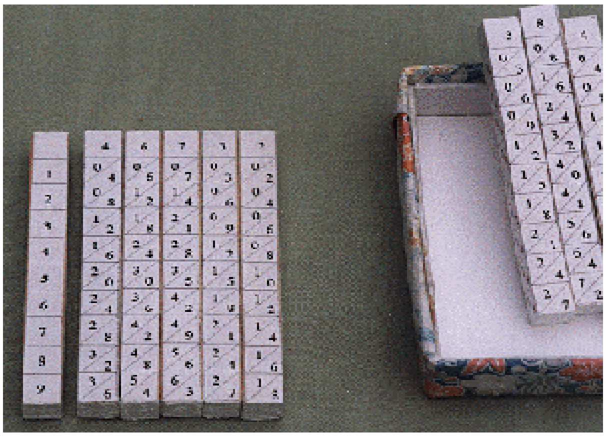
Es de notar que las filas eliminadas corresponden a las potencias nulas en la descomposición del multiplicador 21.

Este algoritmo tiene como ventaja que no es necesario saber las tablas de la multiplicación pues se reduce a duplicar un número y a hacer sumas, es didácticamente también un buen método para trabajarlo con estudiantes que tengan ya un conocimiento de la potenciación y las propiedades de la multiplicación, en particular la distributiva con respecto a la suma.

1.6 La multiplicación en el siglo XVII

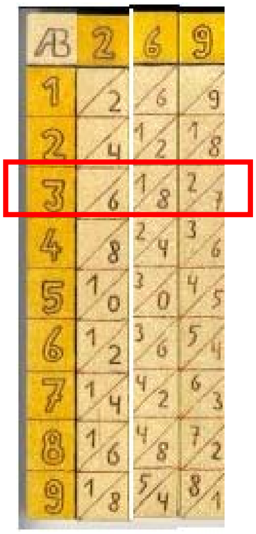
A comienzos del siglo XVII el matemático escocés John Napierpreocupado porque los cálculos largos y difíciles, frenaban el progreso científico, concentró sus esfuerzos en el desarrollo de métodos que pudieran simplificarlos. Con este fin escribió su Rabdología, donde describe la utilización de varillas y cuadrillos para efectuar sumas de productos parciales einventó un dispositivo el cual se observa en la Figura 1-8, que constaba de una serie de barritas de marfil que contenían las tablas de multiplicar, de esta manera evitaba la memorización de las mismas y era de gran ayuda en la realización de operaciones de multiplicación y división con un número elevado de cifras.

Figura No. 1-8: Huesos de Napier.



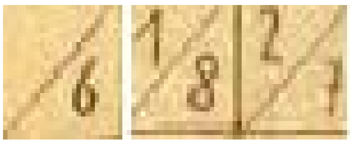
Como un ejemplo sencillo de su funcionamiento, realicemos las multiplicación de 269 por 3, la cual se ilustra en la Figura No. 1-9.

Figura 1-9: Multiplicación utilizando los huesos de Napier.



Se utiliza las varillas del 2, 6 y 9 y se fija la del 3, quedando la siguiente hilera de números, los cuales sumamos de derecha a izquierda y haciendo acarreo, quedando como se muestra en la Figura 1-10.

Figura 1-10: Resultado de la multiplicación utilizando los huesos de Napier



269 x 3 = 8 0 7

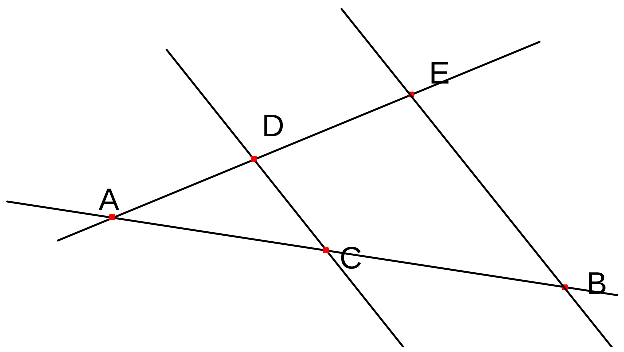
1.7 El Teorema de Thales y la multiplicación

El Teorema de Thales se utiliza para modelar la multiplicación y resulta ser una forma sencilla de efectuar productos y mostrar a los estudiantes la relación entre la geometría Euclidiana, la geometría cartesiana y en particular la multiplicación de números.

El Teorema afirma: “Cuando dos rectas paralelas cortan a dos rectas secantes, determinan en éstas segmentos proporcionales”

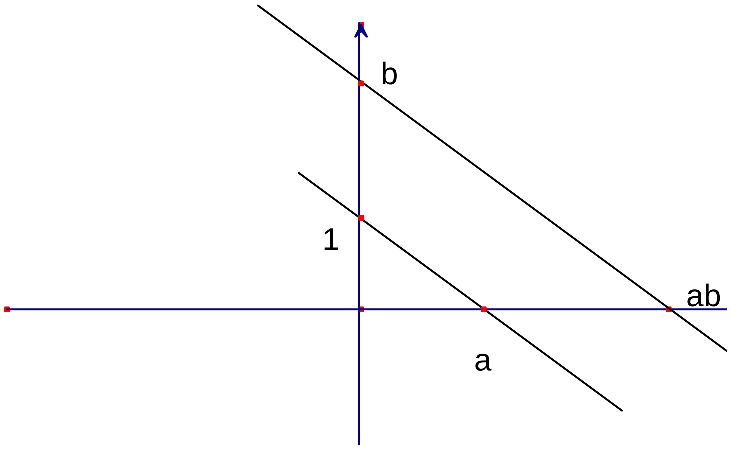
En la Figura 1-11 se observan las paralelas EB y DC cortando a las secantes AB y AE.

Figura 1-11: Teorema de Thales



Luego se tiene: $\frac{AC}{AB}=\frac{AD}{AE}$ en particular cuando AC=1, entonces AE= (AD)(AB).Ahora como se observa en la Figura No. 1-12, si consideramos las secantes perpendiculares podemos usar el plano cartesiano para visualizar la multiplicación así:

Figura 1-12: Teorema de Thales en el plano cartesiano.



2 La multiplicación en los números naturales

Durante las últimas décadas, las diversas administraciones de nuestro sistema educativo han incrementado el interés por analizar el problema de la calidad de laeducación, y han hecho repetidos esfuerzos por crear un marco nuevo de educación de calidad, centrado en la globalización y la competitividad. La preocupación ha estado centrada en los contenidos de los sistemas educativos, en la calidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje y existe un consenso creciente acerca de que es necesario, no sólo que todos los niños asistan a una escuela sino, además, que en esa escuela incorporen efectivamente los conocimientos y competencias necesarios para desempeñarse y participar en la sociedad en la que viven.

Particularmente en matemáticas las nuevas tendencias proponen una educación matemática que propicie aprendizajes de mayor alcance y más duraderos, en los que no sólo se haga énfasis en el aprendizaje de algoritmos o procedimientos sino en procesos de pensamiento que relacionen los contenidos de aprendizaje en diferentes contextos: la vida diaria, la misma matemática, otras ciencias.

El problema central de este trabajo es plantear una propuesta didáctica para facilitar la consecución de estos objetivos con el tema específico de la multiplicación de números naturales en la educación básica. Para consolidar la propuesta se inició con un estudio de las etapas en el proceso de aprendizaje de las operaciones, en particular la multiplicación.

Multiplicar en un lenguaje corriente es: reiterar, reproducir, aumentar una cantidad considerablemente, pero la idea es lograr consolidar una definición de multiplicaciónde números naturales accesible a diferentes niveles, para ello presentamos a continuación tres formas diferentes de definir el producto de números naturales

2.1 Definiciones de multiplicación

2.1.1 Multiplicación como ley de composición interna

La multiplicación de números Naturales $(\mathbb{N})$, es una ley de composición interna u operación binaria, es decir es una función que asigna a cada pareja de números naturales (m, n) otro número natural mn

$$f : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

$$(m, n) \rightarrow f(m, n) = mn$$

La multiplicación de números naturales satisface las propiedades:

- **Propiedadasociativa**

$$\forall m, n, p \in \mathbb{N}, \quad (mn)p = m(np)$$

- **Propiedad conmutativa**

$$\forall m, n \in \mathbb{N}, \quad mn = nm$$

- **Propiedad modulativa o Elemento neutro**

$$(\exists e = 1 \in \mathbb{N}) \quad (\forall n \in \mathbb{N} \quad , en = ne = n)$$

Los números naturales con la multiplicación tienen estructura de:

Semigrupopues satisfacen las propiedades asociativa y conmutativa.

Monoidepues tiene elemento neutro y es asociativa.

Monoide conmutativo pues es un monoide y satisface la propiedad conmutativa.

2.1.2 Multiplicación como suma abreviada

Sean $m, n \in \mathbb{N}$ se define la multiplicación como:

$$mn = \underbrace{m + m + \cdots + m}_{n-veces} = \sum_{k=1}^{n} m$$

Es decir el producto del natural m por el natural n es la suma de n sumandos iguales a m. Los términos m y n se conocen como multiplicando y multiplicador, uno de ellos corresponde a la cantidad que se repite y el otro indica el número de veces que se repite.

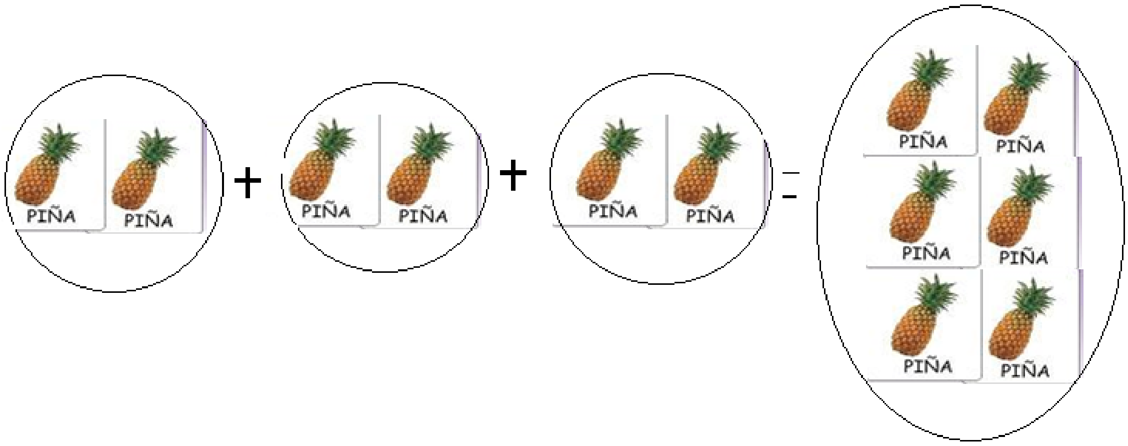
Tradicionalmente esta es la forma como se le presenta a los niños cuando se inician en esta operación, tiene la ventaja de ser introducida por lo menos un año después de haber iniciado al niño en las operaciones de adición y sustracción y se asume en este momento un dominio de estas operaciones así como del concepto de número y su simbolización, el cálculo de sumas es adecuado cuando no se tiene una cantidad elevada de números para sumar, pero cuando los cálculos incluyen muchos números, se alarga la cuenta, sin embargo una de las ventajas de este método es que si adelantado en el tema de la multiplicación el niño no domina los algoritmos de la multiplicación o no recuerda las tablas de multiplicar lo puede implementar y obtener la solución al problema que está resolviendo.

En los problemas tipo con esta presentación, al contextualizar se consideran el multiplicando, el multiplicador y el producto de la misma naturaleza, es decir podría pensarse en ejemplos como: un número de camisas se repite una determinada serie de veces el resultado sigue siendo camisas, es decir no existe transformación del referente.

Otro tipo de ejemplo de esta definición de multiplicación es el utilizado en el contexto cardinal para representar uno o los dos factores, el cual se observa en la Figura 2-1. Entre los tipos más utilizados tenemos:

La unión repetida de conjuntos cardinales, usualmente con los mimos objetos. Así 3 x 2 puede esquematizarse por:

Figura No. 2-1: Ejemplo de multiplicación como suma abreviadas.

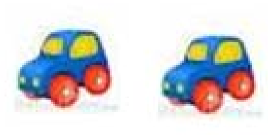


3 veces 2 piñas es igual a 6 piñas.

La distribución de objetos en un esquema rectangular como se observa en la figura 2-2 es también otra forma en que se presenta esta definición a los niños, para ello se hace una fila de con tantos objetos como nos indica el multiplicando y se forman tantas filas como nos indica el multiplicando. Así por ejemplo cuatro veces dos carritos que es 4 x 2, quedaría:

Figura No. 2-2: Ejemplo de suma abreviada como distribución rectangular.

2 carritos son:



4 veces 2 carritos son:

Se debe tener claro que un error típico en el tratamiento inicial de estos problemas es la utilización de la suma de ambas cantidades involucradas. Por ejemplo para un problema como el siguiente “Tengo 4 floreros y en cada uno 6 flores ¿Cuántas flores tengo en total?” algunos niños suman el 4 y el 6, por lo que es de suma importancia que el docente aclare a sus alumnos que esta solución no es la correcta.

2.1.3. La multiplicación definida en forma recursiva

Una forma diferente de definir la multiplicación de números naturales es haciendo uso de la recurrencia pero un hecho interesante es que esta definición se basa en la definición dada en el apartado anterior es decir en la multiplicación como suma abreviada, así si $m, n \in \mathbb{N}$ definimos el producto como:

$m.0 = 0$

$$m.n = m + m(n-1)$$

Por ejemplo

$3 \times 2 = 3 + 3(2-1) = 3 + 3 = 6$

$$\begin{aligned} 7 \times 5 &= 7 + 7(5-1) = 7 + 7.4 = 7 + 7 + 7(4-1) = 7 + 7 + 7.3 = 7 + 7 + 7 + 7(3-1) \\ &= 7 + 7 + 7 + 7.2 = 7 + 7 + 7 + 7 + 7(2-1) = 7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 35 \end{aligned}$$

Esta definición de la multiplicación no es conveniente para iniciar a los niños de básica primaria en la operación, pero resulta muy interesante en cursos de fundamentos para estudiantes de matemáticas.

2.2 Modelos para la multiplicación

Una segunda etapa fundamental en el proceso de enseñanza aprendizaje de las operaciones aritméticas es identificar los modelos típicos de problemas que se relacionan con ellas, a continuación se consideran algunos típicos para la multiplicación de naturales:

2.2.1. La multiplicación como razón

Este modelo se refiere a la relación (razón) entre dos cantidades de distinta naturaleza, es decir dada una cantidad de naturaleza "A" (multiplicando) y otra cantidad de naturaleza "B" (multiplicador-Razón), se pregunta por la cantidad resultante (producto) de la misma naturaleza que el multiplicador, veamos algunos ejemplos:

- Un paquete tiene diez chocolatinas. ¿Cuántas chocolatinas tendremos si compramos tres paquetes iguales?

El primer dato corresponde a una razón pues se refiere a 10 chocolatinas por paquete, mientras que el segundo dato 3 se refiere a paquetes, es decir el multiplicador es la cantidad de paquetes comprados y el multiplicando el número de chocolatinas que contiene cada paquete luego los datos son de diferente naturaleza.

Solución: 10+10+10=3x10=30

- Un tren tiene 5 vagones y en cada vagón se pueden transportar 60 personas, ¿cuál es el número máximo de personas puede transportar el tren?

El dato 60 corresponde a la razón de personas por vagón y 5 al número de vagones (diferente naturaleza)

Solución: 60+60+60+60+60=5x60=300

- ¿Pedro compra 7 cuadernos, si cada cuaderno cuesta $ 2300. ¿Cuánto debe pagar?

2300 representa la razón precio por cuaderno y 7 el número de cuadernos a comprar

Solución: 2300+2300+2300+2300+2300+2300+2300=7x2300=16100

Cuando se presente este tipo de problemas multiplicativos aparece la situación del signo X, debido a que cuando se inicia al niño en la multiplicación trabaja con sumas reiterativas, pero entonces ¿Cuándo y cómo incorporarlo? Lo ideal sería que los docentes lo incorporen en el grado segundo, como escritura sintética de las sumas reiteradas que producen los niños para resolver diversos problemas. Hemos analizado diferentes problemas que permiten introducir el signo x en segundo año luego de que los niños han desplegado y analizado una variedad de estrategias de resolución de problemas como las señaladas en el numeral 2.2.

Una forma sencilla de introducir al niño en el manejo del signo X sería el de proponer un juego de comunicación que involucra rectángulos hechos en papel cuadriculado, por ejemplo, se les entrega a los niños diferentes rectángulos recortados en hojas cuadriculadas (5x6, 6x8, etc.) y se les plantea: "¿enviar el mensaje más corto posible que indique a sus demás compañeros cuál es el rectángulo que recibieron?" hay que explicar a los niños que enviar el total de cuadraditos no permite resolver el problema, ya que hay varios que admiten la misma cantidad (con 24 podría ser 12 x 2 ó 6 x 4). Luego se les puede proponer a los niños que dibujen los rectángulos a partir de estos mensajes.

2.2.2. La multiplicación como combinación

Esta modelación de la multiplicación hace referencia a que dadas dos cantidades de distinta naturaleza (multiplicando y multiplicador), se preguntapor el número de combinaciones posibles (producto).
Resulta de mucha utilidad plantear problemas a los estudiantes que impliquen el uso de combinaciones para que identifiquen situaciones asociadas con el producto y además fijen la definición, como por ejemplo:

- A una fiesta asisten dos chicos y tres chicas. ¿Cuántas parejas distintas formadas por un chico y una chica se pueden formar?

- María tiene dos camisas y tres pantalones. ¿De cuántas formas distintas se puede vestir?

- Juan va a un restaurante y encuentra en la carta cuatro principios diferentes y seis platos fuertes. ¿De cuántas maneras diferentes puede hacer su pedido?

Este tipo de problemas son de una gran riqueza pues podríamos usarlos por ejemplo para introducir o reforzar temas como: conjuntos, producto cartesiano, simbolización o uso de la letra, utilización de diagramassagitales, cartesianos o de árbol.

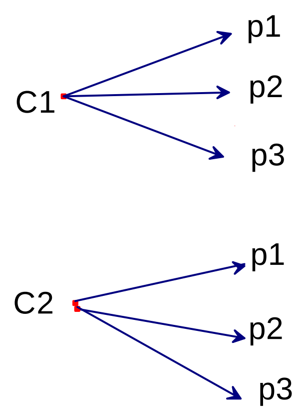
Veamos cómo podría hacerse por ejemplo en la segunda situación planteada:

Sea C el conjunto de las camisas: $C = \{c_1, c_2\}$ y P el conjunto de los pantalones: $P = \{p_1, p_2, p_3\}$.

1. Una solución correspondería a escribir todas las posibles combinaciones, equivalente a hacer el producto cartesiano de los conjuntos C y P
   $\{(c_1, p_1),\ (c_1, p_2), (c_1, p_3), (c_2, p_1),\ (c_2, p_2), (c_2, p_3)\}$

   Y posteriormente hacer el conteo de las parejas.

2. Haciendo uso de diagramas sagitales describiendo las diferentes combinaciones



3. Haciendo uso de la rama de la combinatoria y particularmente del principio de la multiplicación que afirma que: "cuando un evento "A" puede ocurrir, en forma independiente de "m" maneras diferentes y otro evento "B" de "n" maneras diferentes, entonces el número de maneras distintas en que pueden suceder ambos sucesos A y B es m x n.

Como estrategia pedagógica lo interesante es permitir que los niños lo resuelvan este tipo de problemas solitos con su presaberes, y a partir de sus producciones, preguntarles ¿Cómo asegurarnos de que se colocaron todas las opciones?, en ese momento se resuelve el problema utilizando las diferentes técnicas mencionadas anteriormente y luego permitir que los niños resuelvan varios problemas utilizando la estrategias que mejor les parezca que les permita no olvidarse de ninguna posibilidad.Posteriormente seanalizará con los alumnos la pertinencia de resolverlos por medio de una suma como 2 + 2 + 2 y finalmente reconocer que las escrituras 2 x 3.

Para este tipo de problemas es importante que el docente promueva discusiones con los alumnos en torno a:

- La necesidad de combinar todos los elementos de un conjunto con todos los elementos del otros conjunto.

- ¿Cómo hacer para no olvidarse de ninguno?

- La conveniencia de resolverlo de varias formas para estar más seguro,

- La posibilidad de hacer dibujos, listas, cuadros de doble entrada, flechitas, etc.

- La utilidad de ir anotando al lado números para después no confundirse al contar.

Que luego de resolver el problema se pueden hacer al final las sumas o anotar cuál podría ser la multiplicación que resolvería el problema. Para que se produzcan avances en los procedimientos de resolución es necesario que los alumnos se enfrenten a ese tipo de problemas durante tres o cuatro clases y que el docente oriente la clase hacia el análisis de cuál es el método más exhaustivo y cuál es el más sencillo.

2.2.3. La multiplicación como comparación

Los problemas de comparación multiplicativa comprenden situaciones en las que se debe realizar la comparación de dos conjuntos, o dos cantidades, en términos de “cuantas veces más”, aunque no están contemplados comocategoríaindependiente en el análisis de Vergnaud (que los engloba como isomorfismo demedidas) ni en el de Schwartz (que los engloba en el tipo IxE'=E". Brown (1981) los llama problemas de "factor multiplicativo" y Brekke (1991) los emplea como "problemas defactorescalar" (scale factor problems).

Este tipo de problema se puede ejemplificar de la siguiente manera:

María tiene 5 muñecas.
Ruth tiene 4 veces más que María.
¿Cuántas muñecas tiene Ruth?.

En los problemas de comparación multiplicativa cada oración tiene un significado:

1) La primera oración plantea un conjunto referente que contiene n objetos y (María tiene 5 muñecas).

2) La segunda oración implica una función específica que aplica a cada elemento del conjunto referente, es decir, por cada muñeca que tiene María hay exactamente 4 muñecas de Ruth.

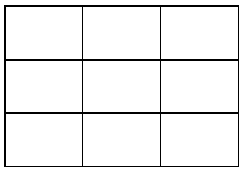
3) La tercera oración enuncia la pregunta del problema, pregunta cuántosobjetos x hay en el conjunto comparado (¿Cuántas muñecas tiene Ruth?).

2.2.4 La multiplicación como área

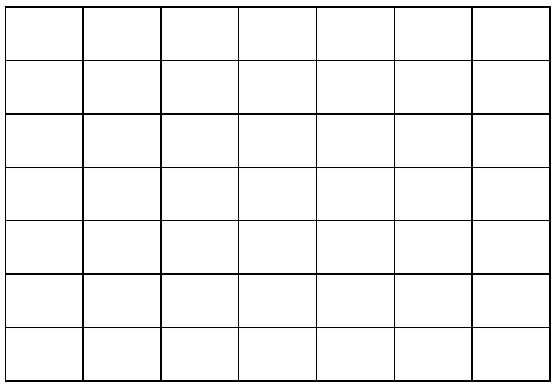
Este modelo de multiplicación hace referencia a un producto entre medidas, en la cual se engloba a tres magnitudes M1, M2 y M3, de tal manera que una de ellas, M3es el producto de las otras dosM1 x M2 = M3

Es importante que el docente plantee problemas asociados a este modelo ya que se puede aprovechar que el niño posee conocimientos de conteo y algunos de geometría, para introducir el concepto de superficie en regiones rectangulares.

Un ejemplo de cómo se podría introducir este tema en clase es por ejemplo entregar al niño en una hoja la siguiente cuadricula:



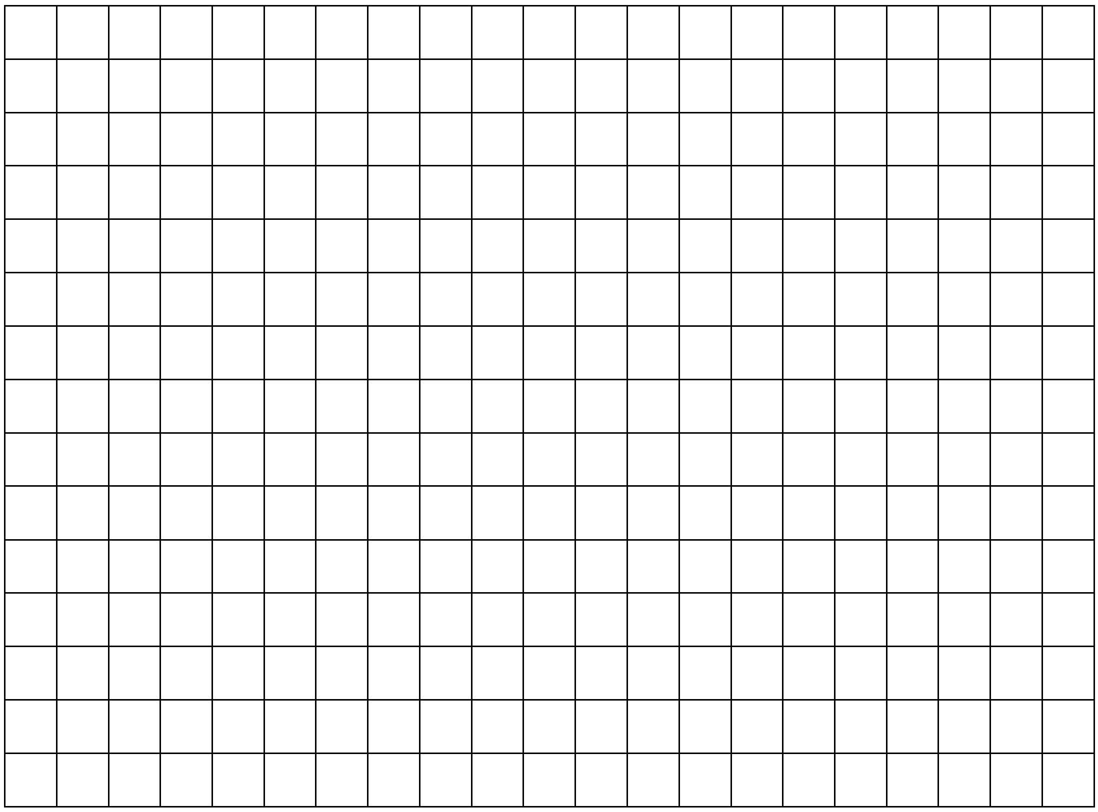
Y preguntarle: ¿cuántos cuadritos hay en la figura?, lo primero que hará para resolver el problema es contarlos, y nos dará la respuesta. Luego le entregamos otra cuadricula más densa, como la que se muestra a continuación.



Y repetimos la pregunta, seguramente de nuevo el estudiante hará un conteo directo, pero la idea es cuestionarlo sobre si existe una alternativa diferente y más rápida para determinar el total de cuadros, podría ser: que en la primera fila hay 7 cuadros y la figura contiene 6 filas iguales lo que lo llevará a plantear por ejemplo la suma:

7+7+7+7+7+7

Pero si ahora presentamos la figura:



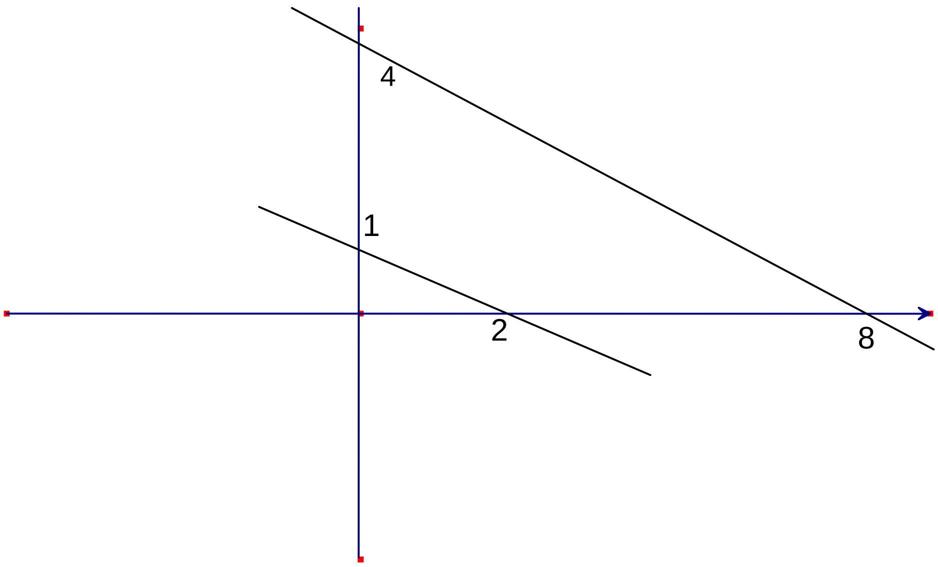
A pesar que el conteo directo es una forma de solucionarlo, la suma es otra podrá llegar a concluir que aun de forma más simple puede calcular el producto entre el número de cuadros de cada fila con el número de filas de la figura, y en este momento es donde el docente puede introducir adicionalmente el concepto de área de la región rectangular.

2.2.5 La multiplicación geométrica

Como se observa en la Figura 2-3 este modelo de multiplicación se fundamenta en la semejanza de triángulos, y el teorema de Thales. Veamos el siguiente ejemplo particular:

Si queremos realizar la multiplicación de 2 por 4,

Figura No. 2-3: Ejemplo multiplicación geométrica.

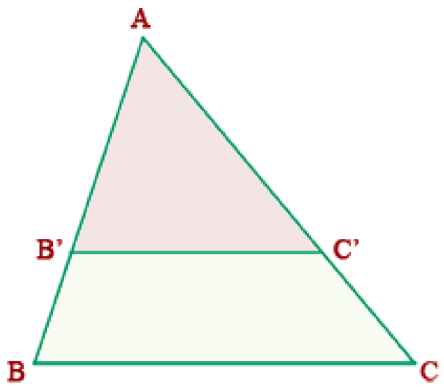


En una hoja cuadriculada se pide trazar dos rectas perpendiculares las cuales en adelante se denominaran ejes, a partir del punto de intersección y considerando la misma escala se hacen divisiones cada cuadrito y se representan por los números 1,2,3… ; se marca sobre el eje horizontal el multiplicando 2 y sobre el eje vertical se marca el multiplicador 4, posteriormente se une con una recta el punto correspondiente al 2 con la unidad en el eje vertical, luego por el punto 4 se traza una paralela a la anterior y se obtiene el punto de intersección de la paralela con el eje horizontal, este corresponde al producto 8.

Este método tiene su explicación en el teorema de triángulos semejantes de Tales de Mileto, el cual se observa en la Figura 2-4. el cual dice: Dado un triángulo ABC, si se traza un segmento paralelo, B'C', a uno de los ladosdel triángulo, se obtiene otro triángulo AB'C', cuyos lados son proporcionales a los del triángulo ABC,

Lo que se traduce en la fórmula

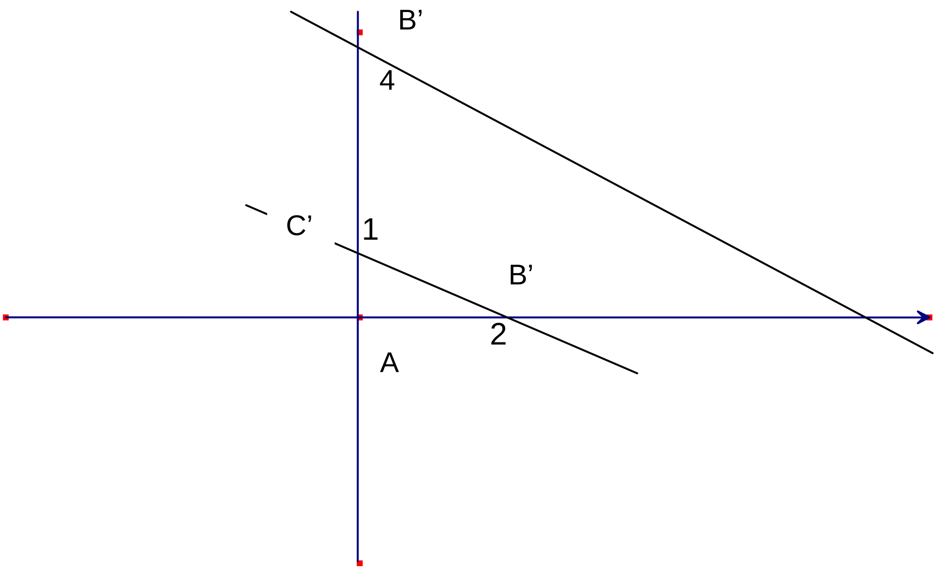
Figura No. 2-4: Teorema de Thales.



$$\frac{AB}{AB^I} = \frac{AC}{AC^I} = \frac{BC}{B^IC^I}$$

Para el caso particular del ejemplo descrito anteriormente ubicamos los triangulo ABC (triangulo grande) y el triángulo A'B'C' (triangulo pequeño) como se muestra en la Figura 2-5.

Figura No. 2-5: Aplicación del Teorema de Thales.



Aplicando el teorema de Thales se tiene:

$$\frac{AC}{AC'} = \frac{AB}{AB'}$$

Reemplazando los valores conocidos tenemos:

$$\frac{4}{1} = \frac{AB}{2}$$

Despejando nos queda:

AB = 2 X 4, lo que nos dice que el segmento AB es el producto de 2 X 4.

2.2.6 La multiplicación usando los computadores

Esta propuesta pedagógica consiste en el desarrollo e implementación de un software especializado para la enseñanza de la multiplicación en estudiantes de grado segundo, con el cual se logra que el estudiante maneje el concepto de la multiplicación, conozcan parte de la historia de las matemáticas, identifiquen los diferentes métodos multiplicativos, aprenda algoritmos de la multiplicación y conozcan métodos multiplicativos de la antigüedad.

Este software permitirá que los estudiantes cambien de ambiente, basándose en el aprendizaje autónomo, apoyándose en la multimedia como videos y audio; el estudiante interactúa con el software a través de la resolución de problemas y practicando las tablas de multiplicación.

Al enseñar matemáticas apoyados en este software especializado se producen cambios sustanciales en las experiencias matemáticas de los estudiantes a nivel epistemológico debido a que permite pasar de un currículo centrado en contenidos, a uno centrado en la resolución de problemas.

Existen muchos argumentos para incorporar este software especializado en la enseñanza de las estructuras multiplicativa debido a que es software dinámico, en el que se crea modelaciones que propician la interacción concreta del alumno con los objetos multiplicativos con este software el estudiante se anima a especular, crear imágenes, argumentar y justificar, a la vez que puede utilizar los errores para su proceso de aprendizaje.

3. La propuesta didáctica

La propuesta didáctica va encaminada a la inclusión de un software especializado para la enseñanza de las estructuras multiplicativas en el grado segundo del colegio veinte de julio de Acacias (Meta).

Mediante este software se quiere organizar el microcurrículo del docente de matemáticas del grado segundo debido a que cuenta con 6 módulos o unidades temáticas, los cuales se describen a continuación.

La primera unidad temática **“Historia de la matemática”** explica al niño a través de un video algunos episodios dela historia de la matemática, como un mecanismo de motivación hacia esta área.

El segundo módulo se denomina **“Definición de la multiplicación como suma abreviada”** a través de éste se quiere dar la definición de la multiplicación como una suma abreviada, debido a que es el concepto más apropiado para trabajar con los niños de grado segundo ya que se parte de los presaberes de ellos, como es la suma, a través de este módulo es importante entender que se introduce al niño el símbolo “X”.

Es importante mencionar que en la unidad anteriormente relacionada se plantea a los niños la necesidad de aprenderse las tablas de multiplicar, razón por la cual el modulo tres se denomina **“Aprendamos las tablas de multiplicar”**, a través de esta unidad didáctica se pretende abrir un espacio en el colegio para que los niños de grado segundo memorización de las tablas de multiplicar a través de videos de las tablas además que trae un formulario en la cual el niño escribe las tabla y el software le califica para evaluar el avance en la memorización de las tablas.

En el cuarto modulo**"La multiplicación como razón y combinación"** se plantean dos modelos de la multiplicación a saber: la combinación y la razón debido a que son las dos presentaciones más apropiadas para las estructuras mentales con que cuentan los niños del grado segundo. Esta es la unidad con mayor aplicación hasta el momento debido a que se debe dar la oportunidad al estudiante para que razone y solucione problema del contexto y darle la posibilidad de que entienda en qué tipo de problemas se puede resolver con una multiplicación.

Una vez que el niño de grado segundo, tenga en parte el dominio de las tablas de multiplicar, se pretende que le docente lo lleve al algoritmo de la multiplicación con la siguiente secuencia: primero el algoritmo de la multiplicación, apoyando en el módulo **"Algoritmos de la multiplicación"** con una cifra sin acarreo, luego algoritmo de la multiplicación con una cifra con acarreo, enseguida el algoritmo de la multiplicación con dos cifras y por último el algoritmo de la multiplicación para 3 cifras. Es importante resaltar que este módulo utiliza audio con el fin de apoyar la explicación de cada algoritmo.

Una vez que el niño haya pasado por cada una de las etapas antes mencionadas se le explica otras técnicas que se utilizaban en la antigüedad para el cálculo de la multiplicación, lo cual se logra través del módulo **"Multiplicación en la antigüedad**". Es importante resaltar que los docentes del área de matemáticas de los grados segundos al abordar el tema de la multiplicación pretende que los niños memoricen el algoritmo sin permitirles que explore otras opción y es aquí donde toma gran importancia este módulo del software especializado.

El ultimo modulo el 7 titulado "**Resolvamos problemas utilizando la multiplicación**" pretende ser una guía de trabajo para que los niños la resuelvan y puedan poner en práctica todo los conocimientos adquiridos durante del desarrollo de este curso.

Esta propuesta cuenta con un cd adjunto en el cual viene un manual de instalación del software y el instalador para que el docente lo instale en la computadora cuando lo requiera.

4.Conclusiones y recomendaciones

4.1 Conclusiones

Es importante que los docentes del área de matemáticas del grado segundo del colegio veinte de julio de la ciudad de Acacias (Meta) no centren toda su atención única y exclusivamente en que el niño debe aprenderse las tablas de multiplicar y los algoritmos de la multiplicación dejando de lado la solución de problemas contextualizados que involucran los diferentes modelos de la multiplicación como son: la multiplicación como razón, como combinación, comparación, área y multiplicación geométrica.

La revisión bibliográfica realizada para la elaboración del trabajo me permitió conocer algoritmos y diferentes técnicas de multiplicar que utilizaban las civilizaciones en la antigüedad que pueden constituir una alternativa pedagógica para que los niños que presentan dificultades en el manejo del algoritmo tradicional las superen y en algunos casos no dependan de la memorización de las tablas de multiplicar.

El desconocimiento hacia el manejo de las TICS por parte del cuerpo de docentes es una gran barrera que impiden que acerquen a los niños a la aplicación del computador en el aula de clase negando la posibilidad que los estudiantes cambien de ambiente de aprendizaje, basándose en el aprendizaje autónomo, apoyándose en la multimedia como videos y audio.

4.2 Recomendaciones

Cuando un docente desea implementar los modelos de la multiplicación en la enseñanza de las estructuras multiplicativas debe tener en cuenta el desarrollo de las estructuras mentales de sus estudiantes y las condiciones en que el estudiante se desenvuelve.

La innovación de los recursos pedagógicos genera motivación en los estudiantes hacia el aprendizaje de las diferentes temáticas, es por esto que los docentes debemos estar abiertos al cambio y no desconocer que el desarrollo tecnológico debe ingresar a nuestras aulas.

Bibliografía

[1] BONILLA ESTEVEZ, Martha. Como enseñamos la matemáticas. Bogotá. 1999. 133 p.

[2] CASTRO MARTINEZ, Encarnación. Números y operaciones fundamentos para una aritmética escolar. Madrid, 1996, 191 p.

[2] J.P. Collette, Historia de las Matemáticas. Siglo XXI, España (1985)

[4] M. Kline, El pensamiento Matemático de la Antigüedad a Nuestros Días. Alianza Editorial (2.002)

[5] MAZA GOMEZ, Carlos. Enseñanza de la multiplicación y división. Madrid. 1991. 143 p.

[6] MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL REPUBLICA DE COLOMBIA. Nuevas tecnologías y currículo de matemáticas. Bogotá. 1999.

[7] NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS. Algoritmo de las operaciones con números enteros. México. 1994. 45p.

[8] ONTORIA PEÑA, Antonio. Potenciar la capacidad de aprender a aprender. Bogotá. 1998. 157 p.

[9] ROBSON, Eleanored. The Oxfrod handbook of the hystory of mathematics. Nueva York. 2009. 198 p.

[10] ROJAS, Pedro Javier. Estrategias para promover el aprendizaje de la multiplicación como cambio de unidad. Bogotá. 2006. 45 p.

[11]http://www.gesell.com.ar/vgol/locales/ong/iabgp/multipli.htm

[12] http://mates5y6.blogspot.com/2011/01/historia-de-la-multiplicacion-ii.html

[13] http://es.scribd.com/doc/2404511/multiplicacion-division